



Universidade de Aveiro Departamento de Engenharia Civil

2008

**Francisco Reis Morais
Gonçalves**

**Ferramentas de dimensionamento de
estruturas em betão armado**



Universidade de Aveiro

Departamento de Engenharia Civil

2008

**Francisco Reis
Morais Gonçalves**

**Ferramentas de dimensionamento de
estruturas em betão armado**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil, realizada sob a orientação científica do Doutor Miguel Morais, Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro e co-orientação científica do Doutor Paulo Cachim, Professor Associado da Universidade de Aveiro.

O júri

Presidente

Prof. Doutor Aníbal Guimarães da Costa
Professor catedrático da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor Miguel Nuno Lobato de Sousa Monteiro de Morais
Professor Auxiliar da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor Paulo Barreto Cachim
Professor Associado da Universidade de Aveiro

Prof. Doutor António Abel Ribeiro Henriques
Professor Auxiliar da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Agradecimentos

À minha mãe ao meu Pai à minha irmã à minha namorada aos meus amigos e à família.

palavras-chave

EC2, dimensionamento, betão armado, elementos estruturais

Resumo

As ferramentas de cálculo automático são hoje em dia uma ferramenta indispensável para o desenvolvimento de um projecto de estruturas.

Nesta dissertação são estudadas as bases de cálculo usadas no dimensionamento e verificação de três elementos comuns de betão armado, vigas, pilares, e fundações (sapatas simples, e conjuntas). O dimensionamento e as verificações seguem o Euro código 2: Projecto de estruturas de betão – Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios.

Estas bases de cálculo foram utilizadas para o desenvolvimento de folhas de cálculo que permitem o dimensionamento das armaduras, de vigas pilares e sapatas, e optimização da quantidade de betão no caso das fundações.

Também é descrito o funcionamento das folhas, suas vantagens, desvantagens, e limitações.

.

Keywords

EC2, design, reinforced concrete, structural elements

Abstract

The automatic calculation tools are nowadays an indispensable tool for the development of a proposed structures.

This dissertation studies the basis of calculation used in the design and verification of three common elements of reinforced concrete, beams, columns and foundations (simple column bases, and joint column bases). The design and verification follow the eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings.

These data bases were used for the development of worksheets that allow the design of armor, of beams columns and foundations, and for optimizing the amount of concrete for the design of foundation.

It is also described the operation of the worksheets, their advantages, disadvantages and limitations.

Índice

Índice de Figuras	ix
Nomenclaturas.....	xiii
1 Introdução.....	1
1.1 Motivação.....	2
2 Bases para o cálculo.....	4
2.1 Acções e estados limites	4
2.1.1 Estados limites	4
2.1.1.1 Estado limite último (ELU).....	4
2.1.1.2 Estados limites de serviço (ELS).....	4
2.1.2 Acções	4
2.1.2.1 Classificação.....	4
2.1.3 Combinações de acções	5
2.2 Materiais.....	6
2.2.1 Betão.....	6
2.2.1.1 Estados limites últimos	7
2.2.1.2 Estados limites de serviço.....	8
2.2.1.3 Efeitos diferidos no tempo do betão.....	9
2.2.2 Aço.....	15
2.2.2.1 Estado limite último.....	15
2.2.2.2 Estados limites de serviço.....	16
2.3 Esforços	16
2.3.1 Compressão simples	16
2.3.2 Flexão	16
2.3.2.1 Flexão simples.....	17
2.3.2.2 Flexão composta	17
2.3.2.3 Flexão composta desviada	18
2.4 Princípios de cálculo.....	18
2.5 Verificações para estado limite último	20
2.5.1 Determinação das forças interiores	20
2.5.1.1 Betão	20
2.5.1.2 Aço	21
2.5.2 Dimensionamento armadura.....	21
2.5.3 Flexão simples e flexão composta.....	24
2.5.4 Esforço transversal.....	25
2.5.5 Punçãoamento em sapatas	27
2.6 Verificações Estados Limites de Serviço	30
2.6.1 Limitação de tensões.....	30

2.6.1.1	Limitação das tensões de compressão no betão	30
2.6.1.2	Limitação das tensões de tracção nas armaduras.....	31
2.6.1.3	Métodos para o cálculo das tensões	31
2.6.2	Controlo da fendilhação	32
2.6.2.1	Causas da fendilhação	33
2.6.2.2	Limites de abertura de fendas	34
2.6.2.3	Cálculo da abertura de fendas.....	35
2.6.2.4	Controlo de fendilhação sem cálculo de abertura de fendas.....	37
2.6.3	Controlo das deformações	38
2.6.3.1	Limitação de flechas.....	38
2.6.3.2	Cálculo da deformada	41
2.7	Convenções.....	46
2.8	Disposições construtivas EC2.....	47
2.8.1	Distância entre varões:	47
2.8.2	Comprimento de amarração.....	47
2.8.3	Amarração de cintas e armadura de esforço transverso	50
3	Folhas de cálculo.....	51
3.1	Folhas de ligação SAP2000	53
3.1.1	Dados	53
3.1.2	Manual	54
4	Vigas	56
4.1	Introdução.....	56
4.2	Modos de rotura.....	57
4.3	Redistribuição de momentos.....	58
4.4	Disposições construtivas segundo EC2:	60
4.4.1	Armaduras longitudinais.....	60
4.4.2	Armaduras transversais	61
4.5	Folha de cálculo.....	62
4.5.1	Introdução.....	62
4.5.2	Descrição das folhas de cálculo	62
4.5.2.1	Dados.....	62
4.5.2.2	Redistribuição de momentos	65
4.5.2.3	Cálculo da armadura	65
4.5.2.4	Introdução das armaduras.....	66
4.5.2.5	Verificações.....	66
4.5.2.6	Cálculo do coeficiente fluência & Cálculo da extensão de retracção	67
4.5.2.7	EC2	69
4.5.2.8	Resumo.....	69

4.5.2.9	Comparação de resultados.....	69
4.5.2.10	Manual.....	70
4.5.2.11	Anexos.....	70
5	Pilares.....	71
5.1	Introdução	71
5.2	Esbelteza	73
5.3	Comprimento efectivo de elementos isolados.....	74
5.4	Efeitos de segunda ordem.....	75
5.4.1	Classificação dos elementos	76
5.5	Excentricidades	77
5.5.1	1ª Ordem.....	77
5.5.1.1	Cargas aplicadas	77
5.5.1.2	Imperfeições geométricas	77
5.5.2	2ª Ordem.....	79
5.5.2.1	Excentricidade encurvadura:.....	79
5.6	Avaliação da necessidade de consideração dos efeitos de 2ª ordem.....	81
5.7	Métodos para a quantificação dos efeitos de 2ª ordem	83
5.8	Interacção de momentos	84
5.9	Determinação dos esforços resistentes	85
5.10	Pré dimensionamento da armadura longitudinal.....	87
5.11	Dimensões secção de betão	87
5.12	Disposições construtivas	88
5.12.1	Armaduras longitudinais	88
5.12.2	Armaduras transversais	89
5.13	Folha de cálculo	89
5.14	Introdução	Erro! Marcador não definido.
5.15	Descrição das folhas de cálculo	89
5.15.1.1	Dados	89
5.15.1.2	Efeitos de 2ª ordem.....	90
5.15.1.3	Cálculo do coeficiente fluência e da extensão de retracção	93
5.15.1.4	EC2.....	93
6	Sapatas.....	94
6.1	Introdução	94
6.2	Sapatas simples e conjuntas	95
6.3	Esforços actuantes.....	95
6.4	Estados Limite.....	96
6.4.1	Rotura devido à insuficiente capacidade resistente do terreno	96
6.4.2	Rotura por deslizamento.....	97

6.5	Dimensionamento	98
6.6	Dimensionamento da armadura	100
6.7	Verificações	100
6.7.1	Tensão do solo	100
6.7.2	Verificação ao punçoamento	101
6.8	Disposições construtivas.....	101
6.9	Sapatas conjuntas	101
6.10	Folhas de cálculo	102
6.10.1	Introdução	102
6.10.2	Descrição das folhas de cálculo	102
6.10.2.1	Dados.....	102
6.10.2.2	Cálculo das dimensões, e verificações.	103
7	Conclusões.....	104
	Bibliografia	105
	Anexo A	106

Índice de Figuras

Figura 1.	Diagrama parábola – rectângulo para o betão à compressão.....	8
Figura 2.	Gráfico, f_{ctm} em função de f_{ck}	8
Figura 3.	Desenvolvimento do coeficiente de fluência [7]	9
Figura 4.	Método para a determinação do coeficiente de fluência, para betão em condições ambientais normais.....	13
Figura 5.	Desenvolvimento da extensão da retracção com o tempo.....	14
Figura 6.	Efeito da retracção na deformação de uma viga de betão armado.	14
Figura 7.	Diagrama tensão extensão para armaduras ordinárias.....	15
Figura 8.	Elemento sujeito à compressão simples.....	16
Figura 9.	Esforços numa peça sujeita à flexão simples.	17
Figura 10.	Esforços numa peça sujeita à flexão composta.	17
Figura 11.	Esforços numa peça sujeita à flexão composta, desviada	18
Figura 12.	Equivalência entre diferentes sistemas de solicitações numa secção de betão armado.	18
Figura 13.	Mudar figura, hipótese das secções plana após deformada	19
Figura 14.	Viga em flexão pura.....	19
Figura 15.	Reapresentação das tensões interiores em elementos com diferente relação l/h	20
Figura 16.	Tensões no aço e betão considerando o modelo, parábola – rectângulo	20
Figura 17.	Relação tensão extensão secção sujeita a flexão simples.....	22
Figura 18.	Parcela $M_{sd} = M_{lim}$ equilibrada por parte da armadura de tracção A_{s1} e pelo betão comprimido	24
Figura 19.	Parcela M_{comp} é equilibrada por uma secção só de aço constituída por A'_{s1} e por parte de A'_{s2}	24
Figura 20.	Armadura de elemento com armadura de compressão	24
Figura 21.	Distribuição das tensões admissíveis no estado limite último [1].	25
Figura 22.	Definição de A_{sl}	26
Figura 23.	Modelo de treliça para elementos com esforço transversal [1].	26
Figura 24.	Contorno de controlo em torno de uma área carregada rectangular.....	27
Figura 25.	Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado, na ligação de uma sapata com um pilar.....	29
Figura 26.	Limitação da tensão de compressão no betão [7].....	30
Figura 27.	Análise de uma secção fendilhada sujeita a um momento flector, flexão simples.	32

Figura 28.	Ilustração de dimensões necessárias para o cálculo da abertura de fendas.	36
Figura 29.	Vão efectivo para várias condições de apoio	40
Figura 30.	Deformada de uma viga simplesmente apoiada.....	41
Figura 31.	Modelo de cálculo para flexão simples.....	43
Figura 32.	Curvatura média – flexão simples	44
Figura 33.	Teorema dos trabalhos virtuais aplicado ao cálculo da flecha.....	45
Figura 34.	Convenções de sinais de forças e tensão	46
Figura 35.	Convenção, do esforço transversal.....	46
Figura 36.	Plano de actuação da força normal e convenção da direcção dos momentos flectores	46
Figura 37.	Valores de c_d para vigas	49
Figura 38.	Valores dos coeficientes α_1 , α_2 , α_3 , α_4 , e α_5	49
Figura 39.	Amarração de cintas	50
Figura 40.	Ilustração do aspecto e informação contida no topo da folha de cálculo	51
Figura 41.	Representação da escolha da classe de materiais aço e betão	52
Figura 42.	Representação das células onde é introduzido, o endereço de directório onde se encontra o ficheiro exportado, e o nome do ficheiro exportado	53
Figura 43.	Representação da célula onde é introduzido o número do frame, neste caso o frame 241 corresponde à secção viga pré definida no Sap.	53
Figura 44.	Exemplos de como devem ser delimitados os elementos de uma estrutura no SAP2000	54
Figura 45.	Representação das tabelas a exportar para excel.....	55
Figura 46.	Viga em consola.....	56
Figura 47.	Viga simplesmente apoiada.	56
Figura 48.	Viga continua.	56
Figura 49.	Secção viga.	57
Figura 50.	Representação do funcionamento de uma viga pouco armada	57
Figura 51.	Representação do funcionamento e entrada em colapso de uma viga muito armada.	57
Figura 52.	Redistribuição dos momentos flectores num tramo contínuo de viga.	58
Figura 53.	Ilustração da selecção e introdução de classes e propriedades dos materiais.	63
Figura 54.	Representação das células de introdução das dimensões do elemento.....	63
Figura 55.	Ilustração da selecção do sistema estrutural da viga, da introdução dos coeficientes de carga, e de atalhos para outras folhas.	64
Figura 56.	Diagrama de momentos não redistribuídos vs redistribuídos	65

Figura 57.	Representação do cálculo das armaduras longitudinais, e dos botões caso se pretenda usar ou não a redistribuição de momentos.....	65
Figura 58.	Representação das células de cálculo de armadura de compressão.....	66
Figura 59.	Representação da escolha da armadura de esforço transversal, e verificação do esforço transversal.	66
Figura 60.	Ilustração das verificações relativas ao estado limite de serviço.....	67
Figura 61.	Representação da verificação ao espaçamento mínimo entre armaduras, tendo em conta agrupamentos de varões	67
Figura 62.	Representação da folha de cálculo do coeficiente de fluência	68
Figura 63.	Representação das possibilidades de perímetros do elemento em contacto com o ambiente, e sua selecção.....	68
Figura 64.	Representação da folha de cálculo da extensão de retracção.	69
Figura 65.	Representação dos botões acima descritos	70
Figura 66.	Secções mais correntes em pilares	71
Figura 67.	Ilustração de diferentes tipos de armaduras em pilares	71
Figura 68.	Cargas aplicadas nos pilares por vigas, e lajes.	73
Figura 69.	Esbelteza de um elemento	74
Figura 70.	Modos de rotura tendo em conta a esbelteza do elemento.....	74
Figura 71.	Influência das deformações no cálculo dos elementos	76
Figura 72.	a) Elementos não contraventados, b) Elementos contraventados	78
Figura 73.	Características da estrutura.....	82
Figura 74.	Definição das excentricidades	85
Figura 75.	Reapresentação da secção transversal de um pilar, e as dimensões a introduzir na folha de Excel.....	87
Figura 76.	Número mínimo de varões.....	88
Figura 77.	Ilustração da introdução de esforços, e das características estruturais.	90
Figura 78.	Ilustração da selecção do tipo de nó da extremidade 1 na direcção x	91
Figura 79.	Ilustração da relação entre esbelteza real e esbelteza limite, para verificação da necessidade de considerar efeitos de segunda ordem	91
Figura 80.	Representação das células de introdução de armadura	92
Figura 81.	Representação do gráfico de interacção M:N	92
Figura 82.	Consideração do peso próprio da sapata e do peso do solo acima da sapata.	96
Figura 83.	Esta imagem é para mudar rotura por deslizamento	97
Figura 84.	Dimensionamento em planta das sapatas e Diagrama de tensões no solo, considerando a sapata rígida e o solo plastificado.	98
Figura 85.	Dimensões responsáveis pela classificação da rigidez.....	99

Figura 86.	Esquema do princípio para o cálculo do Momento para dimensionamento da armadura.	100
Figura 87.	Método geral de dimensionamento de sapatas conjuntas	102
Figura 88.	Representação das células respectivas à introdução das características do solo	102
Figura 89.	Representação da selecção do tipo de dimensionamento, e dos valores das verificações.	103
Figura 90.	Representação da selecção de armadura.	103

Índice de **Tabelas**

Tabela 1 - Valores para o qual se torna vantajoso utilizar armadura de compressão	23
Tabela 2 - Coeficientes dependentes da relação entre as dimensões do pilar	29
Tabela 3 - Diâmetros máximos dos varões para o controlo da fendilhação	37
Tabela 5 - Expoentes para secções rectangulares em função de N_{Ed}/N_{Rd}	85

Nomenclaturas

Letras maiúsculas latinas

A	Área da secção transversal
A_c	Área da secção transversal de betão
A_s	Área da secção de uma armadura para betão armado
$A_{s,min}$	Área da secção mínima de armaduras
A_{sw}	Área da secção das armaduras de esforço transversal
E_c	Módulo de elasticidade na origem, $\sigma_c=0$, para um betão de massa volúmica aos 28 dias de idade
$E_{c,eff}$	Módulo de elasticidade efectivo do betão
E_{cd}	Valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão
E_{cm}	Módulo de elasticidade secante do betão
E_s	Valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço
ELS	Estado limite de serviço
ELU	Estado limite último
G_k	Valor característico de uma acção permanente
I	Momento de inércia da secção de betão
L	Comprimento
M	Momento flector
M_{Ed}	Valor de cálculo do momento flector actuante
N	Esforço normal
N_{Ed}	Valor de cálculo do esforço normal actuante
Q_k	Valor característico de uma acção variável
V	Esforço transversal
V_{Ed}	Valor de cálculo do esforço transversal actuante

Letras minúsculas latinas

b	Largura total de uma secção transversal, em elementos horizontais
b_x	Dimensão transversal paralela ao eixo x, numa peça vertical
b_y	Dimensão transversal paralela ao eixo y, numa peça vertical
d	Altura útil de uma secção transversal
e	Excentricidade
f_{cd}	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão
f_{ck}	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade
f_{ctm}	Valor médio da tensão de rotura do betão à tracção simples
f_y	Tensão de cedência à tracção do aço das armaduras para betão armado
f_{yd}	Valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado
f_{yk}	Valor característico da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado
h	Altura total de uma secção transversal, em elementos horizontais
i	Raio de giração
k	Coefficiente; Factor
r	Raio
$1/r$	Curvatura numa determinada secção
t	Tempo considerado
u	Perímetro da secção transversal de betão cuja área é A_c
x	Altura do eixo neutro
x,y,z	Coordenadas

Letras minúsculas gregas

α	Relação
β	Relação, coeficiente
γ_c	Coeficiente parcial relativo ao betão
γ_G	Coeficiente parcial relativo às acções permanentes, G
γ_M	Coeficiente parcial relativo às propriedades dos materiais, tendo em conta as incertezas na propriedade do material, nas imperfeições geométricas e no modelo de cálculo utilizado
γ_Q	Coeficiente parcial relativo às acções variáveis, Q
γ_s	Coeficiente parcial relativo ao aço das armaduras para betão armado
δ	Incremento/coeficiente de redistribuição
ζ	Coeficiente de redução/coeficiente de distribuição
ε	Extensão do betão à compressão
ε	Extensão do betão à compressão correspondente à tensão máxima f_c
ε	Extensão última do betão à compressão
ε	Extensão do aço da armadura para betão armado ou de pré-esforço correspondente à tensão máxima
θ	Ângulo
λ	Coeficiente de esbelteza
μ	Momento reduzido
ν	
ξ	Relação entre as tensões de aderência das armaduras para betão armado
π	
ρ	Taxa de armaduras longitudinais
ρ_w	Taxa de armaduras de esforço transversal
σ_c	Tensão de compressão no betão
σ_{cp}	Tensão de compressão no betão devida a um esforço normal ou ao pré-esforço
σ_{cu}	Tensão de compressão no betão correspondente à extensão última em compressão, ε_{cu} .
$\varphi(t, t_0)$	Coeficiente de fluência do betão entre as idades t e t_0 em relação à deformação elástica aos 28 dias
$\varphi(\infty, t_0)$	Valor final do coeficiente de fluência
$\chi_{1,2}$	Coeficientes para simplificar o cálculo dos integrais
ψ	Coeficientes definindo valores representativos das acções variáveis
ψ_0	Para os valores de combinação
ψ_1	Para os valores frequentes
ψ_2	Para os valores quase - permanentes

1 Introdução

Os programas de cálculo automático são uma ferramenta indispensável, a sua utilização permite:

- Análise mais correcta, envolvendo metodologias impraticáveis sem o cálculo automático, algumas só desenvolvidas com o aparecimento de computadores.
- Maior numero de análises em menor tempo, permitindo a selecção da melhor solução.

Por outro lado deve ser tido em consideração que:

- Os programas não projectam, é assim indispensável a intervenção constante do projectista.
- Executam as tarefas do modo como foram programados, sendo indispensável um razoável conhecimento dos princípios de cálculo, e hipóteses que lhe estão associadas.
- Não detectam erros de concepção.

A utilização de meios automáticos de cálculo deve ainda ser acompanhada dos seguintes procedimentos:

- Realização prévia de pré – dimensionamento dos elementos estruturais, não só para se obterem as dimensões do início do processo, assim como a identificação de eventuais discrepâncias com os resultados finais.
- Análise cautelosa, comparando soluções de diferentes elementos estruturais que se encontrem em situações semelhantes.

A tese está dividida em cinco capítulos principais:

- O primeiro é o capítulo Bases de cálculo onde são abordados os seguintes pontos: acções e combinações de acções, propriedades dos materiais, esforços, princípios de cálculo, verificação estados limites últimos, verificação estados limites de serviço convenções, disposições construtivas.
- Folhas de cálculo: onde são definidas as vantagens, desvantagens, limitações, objectivos, potencialidades, inovações das folhas de cálculo desenvolvidas
- O capítulo Vigas destina-se ao estudo de pontos específicos deste elemento, como alguns princípios de cálculo, no caso da redistribuição de momentos, assim como as verificações dos estados limites de serviço, modos de rotura, disposições construtivas, e a descrição relativa às folhas de cálculo desenvolvidas para o estudo deste elemento.

- Pilares: Neste capítulo o estudo debruça-se sobre as questões da flexão composta e dos efeitos de segunda ordem. Tal como o capítulo anterior aqui também são especificadas as disposições construtivas e a descrição das folhas de cálculo deste elemento.
- O último capítulo é referente às Sapatas simples e conjuntas. Aqui são descritos os métodos de cálculo das dimensões da sapata e da sua armadura. Também são aqui descritas como são feitas as verificações à tensão resistente do solo, ao punçoamento e ao deslizamento. No final deste capítulo são descritas as folhas relativas a sapatas simples e conjuntas.

1.1 Motivação

O uso e o desenvolvimento de ferramentas informáticas no âmbito do cálculo de estruturas, até há bem pouco tempo não era possível, mas felizmente essa prática tem vindo a aumentar, graças ao desenvolvimento da tecnologia, ao seu cada vez mais fácil acesso, e à maior simplicidade de interacção entre o homem e o computador.

A competitividade é uma realidade cada vez mais evidente. Existe cada vez mais a necessidade de menores custos e rentabilização de tempo. Assim sendo cada vez é mais importante a optimização no cálculo da quantidade dos materiais, para os elementos das construções, assegurando sempre a segurança dos mesmos, e também a redução do tempo no desenvolvimento do projecto de estruturas “depressa e bem há pouco quem”.

Com o uso correcto das ferramentas informáticas, é possível reduzir o tempo de cálculo e eliminar erros decorrentes do cálculo manual.

A partir da possibilidade do uso de processos mais elaborados, baseados em modelos que representam melhor a realidade do comportamento do elemento, é possível chegar a resultados com menor margem de erro, o que pode proporcionar economia de tempo e custo.

O auxílio de ferramentas de cálculo, permite estudar várias situações de projecto em tempo reduzido, para a escolha da melhor solução. Com o auxílio das folhas de cálculo desenvolvidas, podem ser estudadas para o mesmo caso, soluções distintas. Adoptando o utilizador a solução mais adequada ao problema.

Devido ao aparecimento do recente EC2, surgiu a necessidade do desenvolvimento de novas ferramentas que respeitem essa mesma norma. Assim foram desenvolvidas folhas de cálculo.

As folhas de cálculo têm como função principal o cálculo da armadura mínima para: pilares, vigas e sapatas, assim como o volume mínimo de betão no cálculo de sapatas, de forma a serem verificadas todas as condições impostas pelo EC2.

Outras particularidades das folhas são possibilidade de comparação de diferentes soluções, e a interacção das folhas de cálculo com SAP2000;

O uso destas ferramentas pressupõe um conhecimento adequado dos princípios de cálculo, das metodologias de dimensionamento e uma análise crítica dos resultados obtidos.

O conhecimento integral do funcionamento de um programa de cálculo é uma mais-valia importantíssima, para o seu correcto uso.

2 Bases para o cálculo

2.1 Acções e estados limites

2.1.1 Estados limites

Qualquer estrutura deve ser projectada de modo que as questões da segurança e do serviço sejam garantidas. Cada uma destas questões está condicionada a um estado limite, a partir do qual se considera que a estrutura fica prejudicada total ou parcialmente na sua capacidade de desempenhar as funções, que lhe são atribuídas.

São de dois tipos os estados limites a considerar na verificação de segurança:

2.1.1.1 Estado limite último (ELU)

Estado limite relacionado ao colapso, ou a qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação no todo ou em parte, do uso da estrutura [11].

2.1.1.2 Estados limites de serviço (ELS)

Estados limites cuja ocorrência resultam prejuízos pouco severos, relacionados com a durabilidade das estruturas, aparência, conforto do utilizador e boa utilização funcional da mesma [11].

Os ELS condicionam o dimensionamento das estruturas de betão armado, podendo determinar as dimensões das secções de betão e a quantidade, disposição e diâmetros das armaduras. A sua maior ou menor influência no dimensionamento depende do tipo de acções (forças, deformações impostas) e dos requisitos exigidos para os elementos estruturais, particularmente no que se refere à aparência, condições de utilização e durabilidade [8].

2.1.2 Acções

2.1.2.1 Classificação

Consoante a proveniência da acção, esta pode ser:

- Directa, cargas aplicadas, por exemplo: peso próprio da estrutura, vento, pessoas, etc [7].
- Indirectas provêm de deformações impostas à estrutura, devido por exemplo à variação de temperatura, à retracção do betão, a assentamento de apoios, à fluência diferencial do betão, etc [7].

Dependendo da variabilidade com o tempo, as acções são classificadas dos seguintes modos [11]:

- Acções permanentes: são aquelas que têm valores constantes ou com pequena variação ao longo da vida da construção, exemplo: paredes, revestimentos, peso próprio da estrutura.
- Acções variáveis: os seus valores variam significativamente ao longo do tempo, por exemplo: pessoas, mobiliário, veículos, vento.
- Acções acidentais são aquelas que só com muito fraca probabilidade assumem valores significativos durante a vida das estruturas, como por exemplo: explosões, choques de veículos, acção do fogo, etc.

2.1.3 Combinações de acções

Para a verificação da segurança em relação aos diferentes estados limites devem ser consideradas as combinações das acções cuja actuação simultânea seja verosímil e que produzam na estrutura os efeitos mais desfavoráveis [11].

A combinação das acções deve ser feita de forma a determinar os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura. A verificação da segurança em relação aos estados limites últimos e aos estados limites de serviço deve ser realizada em função de combinações últimas e combinações de serviço respectivamente.

O estado limite último apresenta uma única combinação de acções. É a partir dos valores resultantes deste estado limite que são dimensionados os elementos,

A combinação relativa aos estados limites últimos assegura a não rotura da estrutura e é a seguinte:

$$S_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} S_{Gik} + \gamma_q \left(S_{Q1k} + \sum_{j=2}^n \psi_0 S_{Qjk} \right) \quad (2.1)$$

Com $\gamma_g=1.35$, e $\gamma_q=1.5$.

São três as combinações de acções a considerar para estados limites de serviço:

- Raras, correspondem a estados limites de muito curta duração. São combinações de acções que solicitarão a estrutura durante apenas algumas horas do seu período de vida [11].

$$S_d = \sum_{i=1}^m S_{Gik} + \left(S_{Q1k} + \sum_{j=2}^n \psi_1 S_{Qjk} \right) \quad (2.2)$$

- Frequentes, correspondem a estados limites de curta duração. Combinações de acções com duração da ordem dos 5% do período de vida da estrutura [11].

$$S_d = \sum_{i=1}^m S_{Gik} + \psi_1 S_{Q1k} + \sum_{j=2}^n \psi_2 S_{Qjk} \quad (2.3)$$

- Quase permanente, correspondem a estados limites de longa duração.
Combinações de acções que poderão actuar na estrutura durante metade do seu período de vida [11].

$$S_d = \sum_{i=1}^m S_{Gik} + \sum_{j=2}^n \psi_2 S_{Qjk} \quad (2.2.4)$$

2.2 Materiais

A maioria das construções comuns tem como base o betão armado, esta combinação entre aço e betão é o que torna tão popular este tipo de construção.

Os elementos em estudo são constituídos por betão e aço (betão armado). Se houver um correcto dimensionamento, construção e preservação dos elementos estes são resistentes e duráveis, pois como se vai poder ver estes complementam-se mutuamente.

A relação tensão extensão, também denominada de Lei constitutiva, estabelece as relações ente as tensões e extensões, estando a maneira como o material se deforma quando sujeito à acção de forças, condicionada pelos complexos fenómenos físicos que acontecem ao nível macroscópico. Não é possível quantificar o comportamento do material por via dedutiva, tem de ser feito, um estudo baseado em ensaios experimentais (via fenomenológica). Para este fim aplicam-se forças a uma amostra de material, em que as tensões sejam fáceis de definir e medem-se as deformações por elas provocadas. As relações entre as forças e as deformações assim obtidas permitem definir as relações tensão – extensão [14].

O estudo de elementos em betão armado está fortemente ligado a esta relação. É a partir desta relação dos materiais que são determinados os valores característicos das tensões de rotura, tensões de cedência e extensões, necessários para o cálculo de elementos, constituídos por esses materiais.

2.2.1 Betão

O betão é uma mistura de agregados com dimensões variadas, cimento e água, misturada de maneira a adquirir as propriedades pretendidas. É a reacção do cimento com a água, que funciona como um ligante entre os materiais, que possibilita a formação de uma pedra artificial.

Este material, tem como característica principal a boa resistência à compressão, e como ponto fraco a falta de resistência à tracção, o que traz a necessidade de combinar com o betão outro material que tenha essa resistência à tracção: o aço.

Qualquer betão é heterogéneo, contém micro - fissuras, poros, descontinuidades e concentrações de tensões. O grau de deterioração e a velocidade com que esta ocorre variam com a qualidade do betão (classe de resistência) [13].

2.2.1.1 Estados limites últimos

As classes de betão consideradas nas folhas de cálculo, são as classes de resistência a que o EC2 se refere (Anexo, quadro 1), e baseiam-se na tensão de rotura de betão à compressão, designada como classe de resistência do betão, relacionada com o valor característico (quantilho 5%) da resistência à compressão referido a provetes cilíndricos, f_{ck} , determinado aos 28 dias. O presente estudo restringiu-se apenas a betões até à classe C50/60 [1].

O valor de cálculo, da tensão de rotura à compressão é calculado da seguinte maneira:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \frac{f_{ck}}{\gamma_C} \quad (2.5)$$

Em que:

γ_C Coeficiente parcial de segurança relativo ao betão, $\gamma_C=1,5$

α_{cc} Coeficiente que tem em conta os efeitos de longo prazo na resistência à compressão e os efeitos desfavoráveis resultantes do modo como a carga é aplicada, foi considerado $\alpha_{cc}=1$.

No dimensionamento de secções transversais, o EC2 propõe três leis distintas para as relações tensões - extensões, ($\sigma_c - \epsilon_c$), de cálculo do betão à compressão. No presente trabalho utilizou-se a relação tensão - extensão parábola – rectângulo, definida pelas equações (2.6) e (2.7), ver Figura 1.

$$\sigma_c = f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^a \right], \quad \text{para } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2} \quad (2.6)$$

$$\sigma_c = f_{cd}, \quad \text{para } \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu2} \quad (2.7)$$

O valor do parâmetro ϵ_{cu2} depende da classe do betão e encontra-se indicado no quadro (1) em anexo. Tendo em conta a classe limite ser a C50/60, $\epsilon_{cu2} = 3.5\%$, para todas as classes.

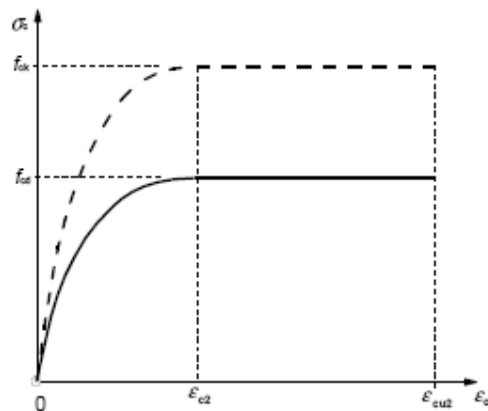


Figura 1. Diagrama parábola – rectângulo para o betão à compressão

A resistência à tracção refere-se à tensão mais elevada atingida sob esforços de tracção simples, para tensão de rotura, para cálculos na combinação ELU a resistência à tracção não é considerada.

2.2.1.2 Estados limites de serviço

As propriedades do betão que geralmente têm mais importância na verificação dos ELS são: a resistência do betão à tracção, o módulo de elasticidade do betão, o coeficiente de fluência e a extensão de retracção [7].

Recorde-se que os coeficientes de segurança parciais a aplicar às propriedades dos materiais, γ_M , são tomados iguais a 1,0 nas verificações em serviço.

Todos os cálculos são feitos considerando a resistência à tracção do betão, igual f_{ctm}

A resistência à tracção do betão (f_{ctm}) varia com a classe de betão, como se pode ver no gráfico da figura (2).

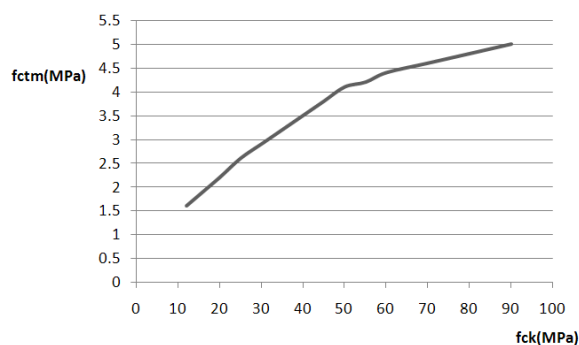


Figura 2. Gráfico, f_{ctm} em função de f_{ck}

Para o betão os valores dos módulos de elasticidades adoptados, estão em anexo no quadro 1, e o seu valor depende da classe de betão.

2.2.1.3 Efeitos diferidos no tempo do betão

A deformação do betão ao longo do tempo depende de dois efeitos:

- Fluência (depende da actuação das cargas)
- Retracção (independente do estado de tensão)

A fluência e retracção do betão dependem principalmente da humidade ambiente, das dimensões do elemento e da composição do betão.

A fluência também é afectada pela maturidade do betão quando do primeiro carregamento, pela duração e intensidade da carga, qualquer estimativa do coeficiente de fluência e da extensão de retracção deverá ter em conta estes parâmetros [7].

2.2.1.3.1 Fluência

Designa-se por fluência o aumento da deformação no tempo sob a acção de um estado de tensão (originada pela variação de volume da pasta de cimento que envolve os agregados) [8].

A fluência do betão depende de:

- Idade do carregamento (t_0);
- Período do carregamento $[t, t_0]$;
- Humidade relativa do ambiente;
- Temperatura relativa do ambiente;
- Composição do betão;
- Consistência do betão;
- Forma da secção.

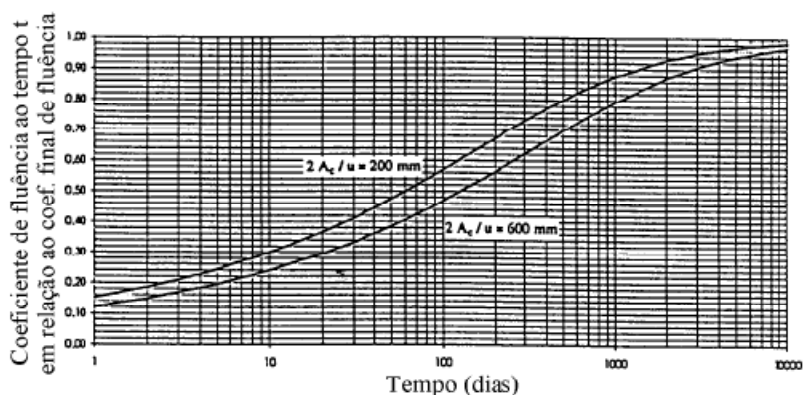


Figura 3. Desenvolvimento do coeficiente de fluência [7]

O coeficiente de fluência aumenta ao longo do tempo, durante vários anos como podemos verificar no gráfico acima representado. A fluência é sem dúvida um factor com influência na vida de uma estrutura.

A fluência do betão provoca um aumento da curvatura da zona comprimida e consequentemente, um aumento da deformação, que deve ser considerada para efeitos de cálculo.

Segundo o EC2 os passos de cálculo para a determinação do coeficiente de fluência são:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta(t, t_0) \quad (2.8)$$

em que:

φ_0 Coeficiente de fluência e pode ser calculado a partir de:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (2.9)$$

φ_{RH} Factor que tem em conta a influência de humidade relativa no coeficiente de fluência:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - RH / 100}{0.1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \quad \text{para } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \quad (2.10)$$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - RH / 100}{0.1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad \text{para } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \quad (2.11)$$

RH Humidade relativa do meio ambiente, em (%)

$\beta(f_{cm})$ Factor que tem em conta a influência da resistência do betão no coeficiente de fluência convencional:

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad (2.12)$$

f_{cm} Valor médio da tensão de rotura do betão à compressão, em MPa, aos 28 dias de idade.

$\beta(t_0)$ Factor que tem em conta a influência da idade do betão à data do carregamento no coeficiente de fluência:

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0.1 + t_0^{0.2})} \quad (2.13)$$

h_0 Espessura equivalente do elemento, em mm, em que:

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} \quad (2.14)$$

A_c Área da secção transversal

u Parte do perímetro do elemento em contacto com o ambiente

$\beta_c(t, t_0)$ Coeficiente que traduz a evolução da fluência no tempo, após o carregamento, e que pode ser estimado pela seguinte expressão:

$$\beta(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{(\beta_H + t - t_0)} \right]^{0.3} \quad (2.15)$$

t Idade do betão, em dias, na data considerada

t_0 Idade do betão, em dias, à data do carregamento

$t - t_0$ Duração não corrigida do carregamento, em dias

β_H Coeficiente que depende da humidade relativa (RH em %) e da espessura equivalente do elemento (h_0 em mm). Pode ser estimado a partir de

$$\beta_H = 1.5 \left[1 + (0.012 \cdot RH)^{18} \right] \cdot h_0 + 250 \leq 1500 \quad \text{para } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \quad (2.16)$$

$$\beta_H = 1.5 \left[1 + (0.012 \cdot RH)^{18} \right] \cdot h_0 + 250 \leq 1500 \cdot \alpha_3 \quad \text{para } f_{cm} > 35 \text{ MPa} \quad (2.17)$$

$\alpha_{1/2/3}$ Coeficientes que têm em conta a influência da resistência do betão

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.7} \quad \alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.2} \quad \alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.5} \quad (2.18)$$

Influência no tipo de cimento:

$$t_0 = t_{o,T} \cdot \left(\frac{9}{2 + t_{o,T}^{1,2}} + 1 \right) \geq 0,5 \quad (2.19)$$

Em que:

$t_{o,T}$ Idade do betão à data do carregamento, em dias, corrigida em função da temperatura de acordo com a expressão (2.20)

α Expoente função do tipo de cimento:

A influencia das temperaturas entre 0 e 80°C na maturidade do betão pode ser considerada corrigindo a idade do betão de acordo com a seguinte expressão:

$$t_T = \sum_{i=1}^n e^{-\frac{4000}{[273+T(\Delta t_i)]-13,65}} \cdot \Delta t_i \quad (2.20)$$

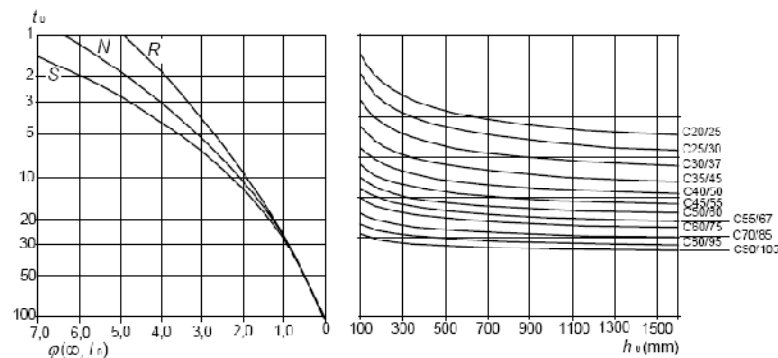
Em que:

t_T Idade do betão corrigida em função da temperatura, que substitui t nas expressões correspondentes

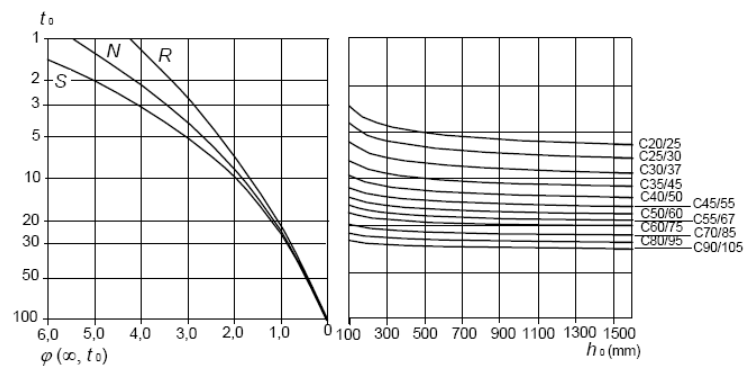
$T(\Delta t_i)$ Temperatura em °C durante o intervalo de tempo Δt_i

Δt_i Numero de dias em que se mantém a temperatura T

Também é possível determinar o coeficiente de fluência pelos gráficos seguintes:



Ambiente interior – RH=50%



Ambiente exterior – RH=80%

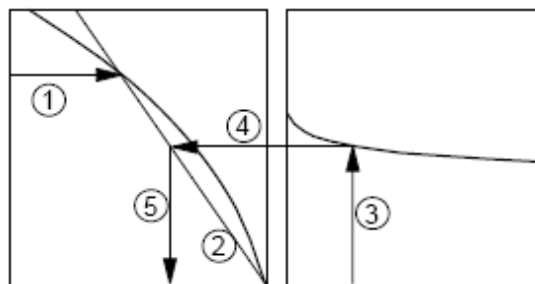


Figura 4. Método para a determinação do coeficiente de fluência, para betão em condições ambientais normais.

Nota: O ponto de intersecção entre as linhas 4 e 5 também pode estar acima do ponto 1. Para $t_0 > 100$ é suficientemente rigoroso considerar $t_0 = 100$ (e utilizar a linha tangente) [1].

2.2.1.3.2 Retracção

Designa-se retracção a variação da dimensão de uma peça de betão (diminuição da dimensão) no tempo, independentemente do estado de tensão da peça (na ausência de variações de temperatura e de tensões aplicadas) [8].

Se a retracção livre for impedida por restrições ao nível da secção ou da estrutura, produzir-se-ão tensões que podem levar à ocorrência de deformação e fendilhação.

A retracção do betão depende de:

- Humidade e temperatura relativa do ambiente;
- Consistência do betão na altura da betonagem;
- Forma da secção;
- Tipo de cimento.

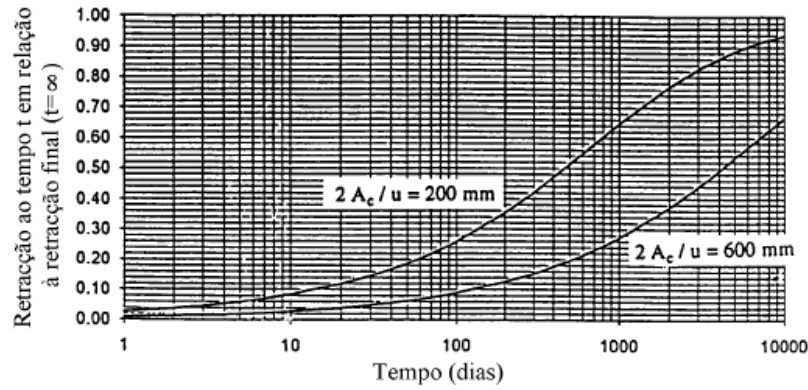


Figura 5. Desenvolvimento da extensão da retracção com o tempo.

Considerando uma viga de betão sujeita à deformação por retracção, se não houver armadura, a retracção é uniforme em toda a altura da viga, mas havendo armadura, esta reage com a força igual à força de compressão que a retracção do betão lhe impõe, surgindo no betão, por equilíbrio, uma força e um momento.

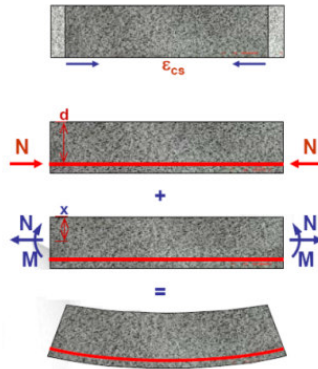


Figura 6. Efeito da retracção na deformação de uma viga de betão armado.

A retracção do betão provoca uma curvatura na peça por efeito da restrição à deformação provocada pela armadura, tal como a fluência, a retracção implica esforços na estrutura que podem ser considerados nas acções indirectas.

A extensão de retracção por secagem de referência, $\epsilon_{cd,0}$, é calculada por:

$$\epsilon_{cd,0} = 0.85 \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp \left(-\alpha_{ds2} \cdot \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \quad (2.21)$$

$$\beta_{RH} = 1.55 \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right)^3 \right] \quad (2.22)$$

Em que:

f_{cm} Valor médio da tensão de rotura do betão à compressão (MPa)

f_{cm0}	=10 MPa
α_{ds1}	Coeficiente que depende do tipo de cimento
α_{ds2}	Coeficiente que depende do tipo de cimento
RH	Humidade relativa ambiente (%)
RH_0	=100%

2.2.2 Aço

O aço, como já referido, é o material que complementa o betão, e faz com que um elemento de betão armado responda de forma eficaz a todas as solicitações, pois este apresenta uma elevada resistência à tracção. A durabilidade deste material quando usado em conjunto com o betão, depende do betão para garantir que o aço não entra em contacto com agentes agressivos, em particular da quantidade de recobrimento e da sua qualidade [13].

2.2.2.1 Estado limite último

Para este material foram seguidas as cláusulas de EC2 relativas ao aço para betão armado. Estas dão princípios e regras aplicáveis a armaduras para betão armado em formas de varões.

As características da superfície dos varões de alta aderência devem ser tais que assegurem a aderência adequada ao betão [1].

O comportamento do aço das armaduras para betão armado necessário para este estudo é definido apenas pela propriedade, tensão de cedência f_{yk} , as regras de aplicação do EC2, restringem aços com $400 \text{ (MPa)} \leq f_{yk} \leq 600 \text{ (MPa)}$ [1].

Para o cálculo das armaduras ordinárias em secções transversais para betão, o diagrama tensão - extensão, encontra-se indicado na figura [1].

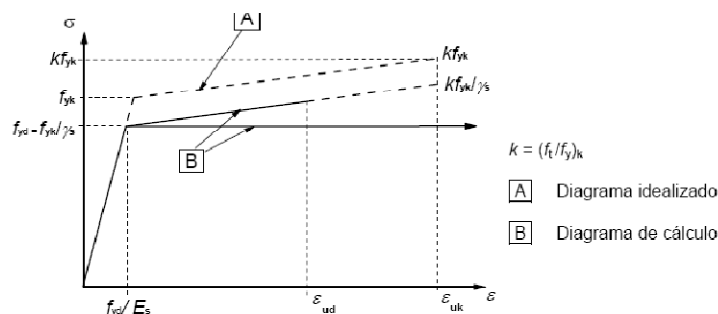


Figura 7. Diagrama tensão extensão para armaduras ordinárias

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

2.23

O valor de γ_s é igual a 1.15.

Para o aço considera-se um diagrama elástico linear até à tensão de cedência e depois um patamar de elasticidade sem limite de extensão como se pode ver na figura, linha B.

O valor do módulo de elasticidade tem o valor 200 GPa.

2.2.2.2 Estados limites de serviço

Na verificação estado limite de serviço respectiva à tensão no aço, o limite considerado é $k_3 \times f_{yk}$, com $k_3=0,8$, este é o valor recomendado pelo EC2 para casos em que a tensão no aço não é devida somente a deformação imposta.

2.3 Esforços

2.3.1 Compressão simples

Diz-se que um elemento está sujeito à compressão simples, quando, sob uma acção de forças paralelas ao seu eixo, este se mantiver rectilíneo durante a deformação provocada por essas forças [14].

Em estruturas de betão armado não é corrente o aparecimento de peças sujeitas a compressão simples devido a inevitáveis excentricidades dos esforços normais ou à continuidade com outros elementos.

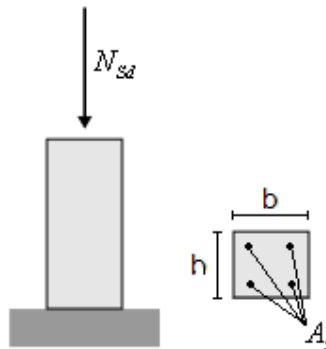


Figura 8. Elemento sujeito à compressão simples

2.3.2 Flexão

Flexão é um esforço muito comum, que está presente praticamente em todos os elementos de uma estrutura. É um esforço que praticamente não pode ser evitado, pois é muito difícil que a resultante dos esforços na secção transversal, na direcção longitudinal, de uma secção coincidam com o centro de gravidade deste.

2.3.2.1 Flexão simples

É definida pela actuação do esforço transversal e momento flector simultaneamente, ver figura 9. A deformação longitudinal das fibras devido ao momento flector, resulta da rotação de cada secção em torno do eixo neutro, o valor das tensões é linear em cada secção, sendo nulo no eixo neutro. O esforço de corte também gera deformação longitudinal, dando lugar a deformações cujo valor aumenta nas fibras exteriores (onde assume valor nulo) até ao centro da secção [12].

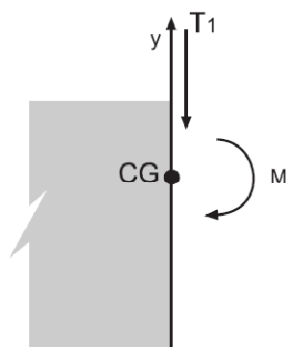


Figura 9. Esforços numa peça sujeita à flexão simples.

2.3.2.2 Flexão composta

A flexão composta é o esforço resultante da combinação do esforço axial, com o esforço de flexão devido ao momento flector. Se substituirmos o momento flector por um esforço axial excêntrico, podemos considerar que a flexão composta corresponde à actuação de um esforço normal N , situado num dos planos médios do elemento, mas excêntrico em relação ao outro, isto é N não passa pelo centro de gravidade G da secção [12].

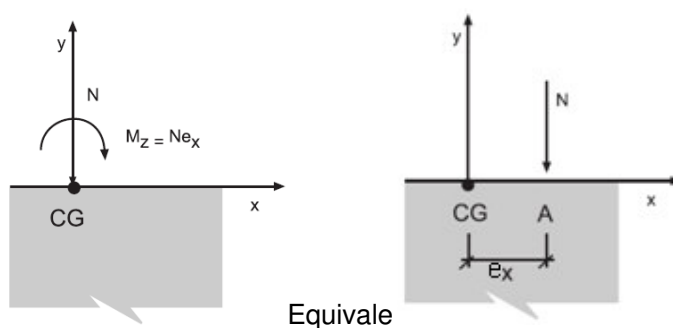


Figura 10. Esforços numa peça sujeita à flexão composta.

Consoante a relação N , M a secção pode estar totalmente comprimida, comprimida e traccionada ou completamente traccionada

2.3.2.3 Flexão composta desviada

Este tipo de flexão é o esforço resultante da combinação do esforço axial, com o esforço de flexão devido a momentos flectores em torno de eixo distintos. Podemos substituir os momentos flectores por um esforço axial excêntrico ao centro de gravidade G, este vai estar aplicado fora dos eixos principais de inércia que passam pelo centro de gravidade G da secção transversal [12].

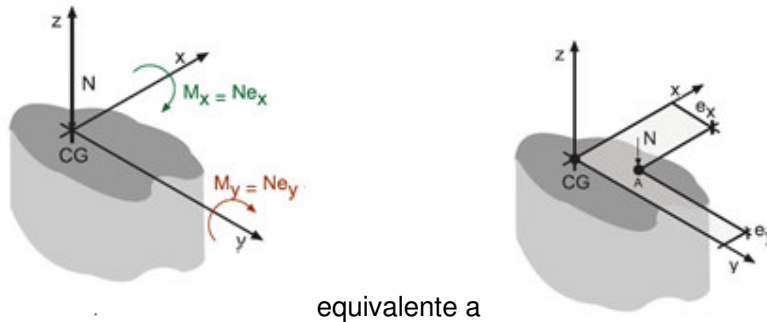


Figura 11. Esforços numa peça sujeita à flexão composta, desviada

A flexão composta desviada é um problema de resolução complexa, porque a secção activa depende da posição do eixo neutro. O eixo neutro não é perpendicular ao eixo da solicitação, a deformação dá-se perpendicularmente ao eixo neutro, a direcção do eixo neutro varia com os esforços, então a deformação também varia.

2.4 Princípios de cálculo

Os esforços interiores, as forças interiores e as tensões interiores de uma secção têm que ser equivalentes.

A figura seguinte apresenta a equivalência entre diferentes sistemas de solicitações numa secção de betão armado. É importante ter em atenção que o princípio da sobreposição não é válido para secções fissuradas [5].

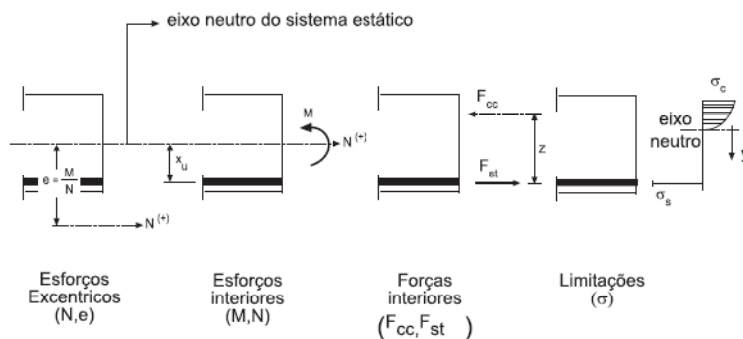


Figura 12. Equivalência entre diferentes sistemas de solicitações numa secção de betão armado.

As fibras de um elemento de betão armado sujeito à flexão deformam-se, e neste processo passam de elementos lineares rectilíneos, a elementos com uma curvatura com um determinado raio. O elemento linear inicial e o elemento linear deformado estão contidos no mesmo plano e a curva da fibra flectida é uma curva plana.

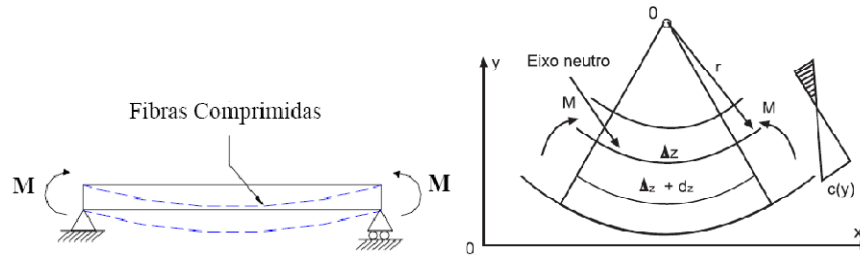


Figura 13. Mudar figura, hipótese das secções plana após deformada

Através das relações do elemento deformado vem que:

$$\frac{\Delta z}{r} = \frac{\Delta z + dz}{r + y} \rightarrow \frac{\Delta z + dz}{\Delta z} = \frac{r + y}{r} \rightarrow \quad (2.24)$$

$$1 + \frac{dz}{\Delta z} = 1 + \frac{y}{r} \rightarrow \epsilon_c(y) = \frac{1}{r} y \quad (2.25)$$

Considerando a flexão de uma viga, sujeita à acção de momentos flectores de sinais opostos nas extremidades, em que a secção tem um eixo de simetria, coincidente com o eixo Oy, sendo Ox o eixo do elemento coincidente com o lugar geométrico dos centros de gravidade (para a peça não deformada), e Oz perpendicular ao plano Oxy coincidente com o plano de solicitação. No que se segue considera-se que o eixo dos y é um eixo de simetria da secção, podendo portanto considerar-se a teoria que se vai desenvolver neste parágrafo como aplicável a vigas cuja secção recta tem um eixo de simetria.

Considere-se uma secção transversal abcd, o qual após a deformação ocupa a posição a'b'c'd', e admita-se que durante a deformação, as secções transversais da viga permanecem planas e perpendiculares ao eixo da viga. Esta hipótese é fundamental no desenvolvimento da teoria de elementos à flexão simples [14].

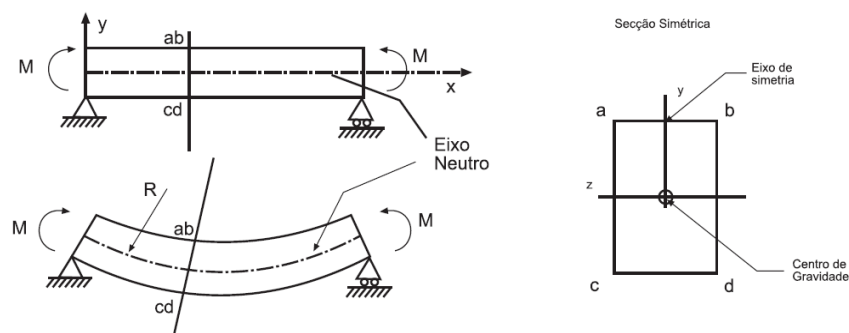


Figura 14. Viga em flexão pura

Esta hipótese é completamente verdadeira para elementos sujeitos a flexão pura, no entanto se também existirem esforços de corte um pequeno erro é introduzido ao considera-la válida, contudo vai considerar-se válida esta hipótese em qualquer circunstância, desde que as dimensões da secção recta sejam significativamente menores que a dimensão da viga segundo o eixo.

Para peças em que a relação vão altura seja menor que dois, e que até poderiam ser considerados lineares como vigas parede esta hipótese não é válida.

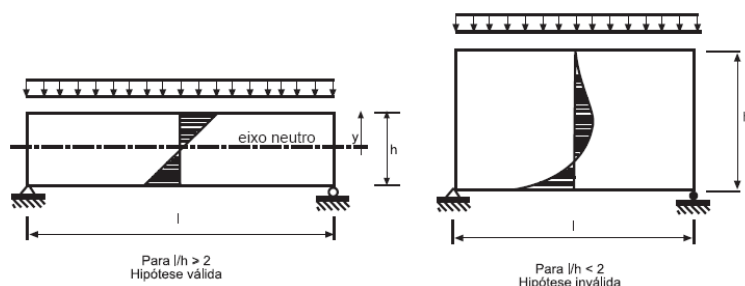


Figura 15. Reapresentação das tensões interiores em elementos com diferente relação l/h .

Solidariedade dos materiais: existe uma aderência perfeita entre a armadura e o betão que a envolve, com esta hipótese a deformação de uma barra da armadura é igual à extensão do betão que lhe é adjacente [12].

2.5 Verificações para estado limite último

2.5.1 Determinação das forças interiores

2.5.1.1 Betão

Considerando um diagrama parábola rectângulo, a determinação das forças interiores no betão de compressão, é feita integrando o diagrama de tensões na área comprimida do betão [5]:

$$F_c = \int_{A_{cc}} \sigma_c dA_{cc} \quad (2.26)$$

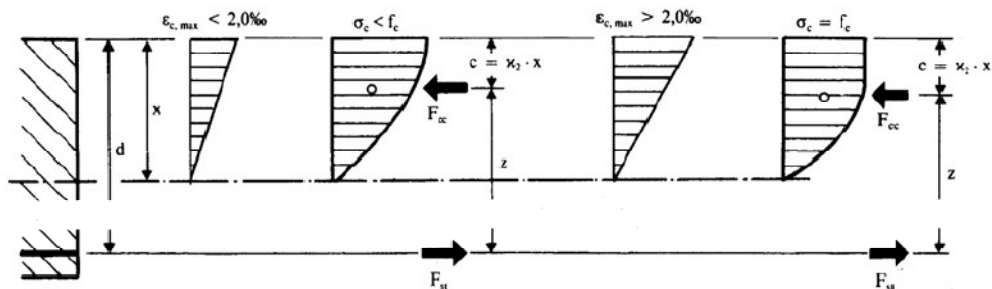


Figura 16. Tensões no aço e betão considerando o modelo, parábola – rectângulo

Tensões compressão betão

A resultante das forças de compressão no betão encontra-se aplicada no centro de gravidade do volume representado pelas tensões de compressão (parábola - rectângulo).

Para secções rectangulares é possível simplificar o cálculo dos integrais e obter coeficientes que simplificam o cálculo dos integrais através da introdução de dois coeficientes χ_1 e χ_2 [5]:

$$F_{cc} = \chi_1 b x f_{cd} \quad (2.27)$$

$$z = d - \chi_2 x \quad (2.28)$$

Obtendo-se então (designando $\epsilon_{cmáx}$ por ϵ), para $\epsilon > 0.002$:

$$\chi_1 = \frac{3\epsilon - 2}{3\epsilon} \quad (2.29)$$

$$\chi_2 = \frac{\epsilon(3\epsilon - 4) + 2}{2\epsilon(3\epsilon - 2)} \quad (2.30)$$

2.5.1.2 Aço

A força nas armaduras é obtida através da relação:

$$F_s = \sigma_s A_s \quad (2.31)$$

Que conduz às duas situações distintas:

$$F_s = \epsilon_s E_s A_s, \quad \text{para} \quad \epsilon_s \leq \epsilon_{yd} \quad (2.32)$$

$$F_s = f_y A_s, \quad \text{para} \quad \epsilon_s \geq \epsilon_{yd} \quad (2.33)$$

[5]

2.5.2 Dimensionamento armadura

Considerando que a rotura de elementos de betão armado sujeitos a flexão simples é provocada por esmagamento do betão (em excepção de secções com pouca percentagem de armadura), pode basear-se o dimensionamento na hipótese de que na aresta comprimida, a deformação e tensão de ruptura do betão são atingidas [5].

Tendo em conta que as secções em estudo são rectangulares, a partir da hipótese descrita em (Bernoulli nº da coisa) que impõe a compatibilidade de deformações é possível determinar a extensão nas armaduras:

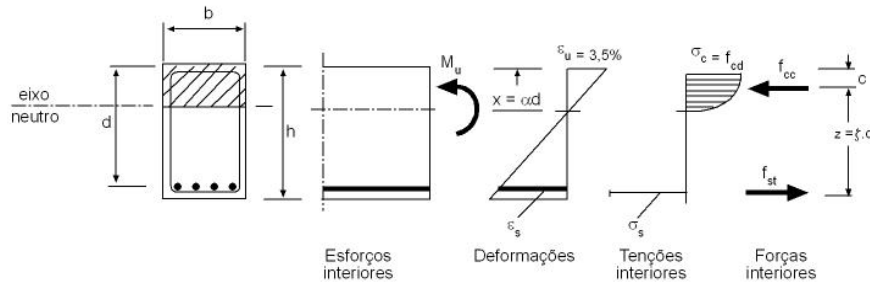


Figura 17. Relação tensão extensão secção sujeita a flexão simples.

$$\frac{3,5}{\alpha d} = \frac{3,5 + \varepsilon_s}{d} \rightarrow \alpha = \frac{3,5}{3,5 + \varepsilon_s} \quad (2.34)$$

Com o betão na sua máxima deformação de 0.0035, ($f_{ck} \leq 50$) os coeficientes χ_1 e χ_2 referidos nas equações (2.29) e (2.30) na determinação das forças interiores no betão, valem respectivamente 0,81 e 0,416.

Através das equações de equilíbrio da secção é possível determinar a posição do eixo neutro:

$$F_s = |F_c| \quad (2.35)$$

$$f_{yd} A_s = f_{cd} \chi_1 b \alpha d \quad (2.36)$$

$$0,81 \alpha = \frac{A_s f_{yd}}{b d f_{cd}} = \omega \quad (2.37)$$

$$\alpha = 1,234 \omega \quad (2.38)$$

ω Percentagem mecânica de armadura.

α Relação entre a altura do eixo neutro e a altura útil da secção figura 17.

Pela equivalência de momentos:

$$M_{Rd} = F_s z \quad (2.39)$$

$$M_{Rd} = A_s f_{yd} (d - \chi_2 \alpha d) = A_s f_{yd} d (1 - 0,514 \omega) \quad (2.40)$$

$$\frac{M_{Rd}}{b d^2 f_{cd}} = \frac{A_s f_{yd}}{b d f_{cd}} (1 - 0,514 \omega) = \omega (1 - 0,514 \omega) \quad (2.41)$$

$$\mu = \omega (1 - 0,514 \omega) \quad (2.42)$$

$$\mu = \frac{M_{Rd}}{b d^2 f_{cd}} \quad (2.43)$$

Conhecida a percentagem mecânica de armadura é possível determinar o momento resistente da secção.

Resolvendo a equação (2.42) em ordem a ω é possível o dimensionamento de armadura de secções circulares sujeitas a flexão simples.

$$0,514\omega^2 - \omega + \mu = 0 \quad (2.44)$$

$$\omega = 0,973 \left(1 - \sqrt{1 - 2,056\mu} \right) \quad (2.45)$$

$$A_s = \frac{\omega \times b \times d \times f_{cd}}{f_{yd}} \quad (2.46)$$

Observação: para que as equações apresentadas sejam válidas, é necessário que a extensão no aço seja superior a ϵ_{yd} .

A necessidade de armadura de compressão surge quando o valor da extensão no aço é inferior a ϵ_{yd} . Esta necessidade verifica-se pois não é económica a colocação de armadura que não se encontre com a sua capacidade resistente esgotada, e também porque o aço em regime elástico gera uma rotura frágil da secção [5].

Este método corresponde a impor um diagrama de deformação no qual $\alpha = \alpha_{lim}$, que corresponde a um momento reduzido (μ_{lim}) sendo assim obtêm-se os seguintes valores dependendo da classe de aço:

Tabela 1 - Valores para o qual se torna vantajoso utilizar armadura de compressão

Classe de aço	A400	A500
α_{lim}	0,668	0,617
ω_{lim}	0,460	0,425
μ_{lim}	0,332	0,316
M_{lim}	$\mu_{lim} b d^2 f_{cd}$	

O cálculo das armaduras de compressão faz-se supondo que a parcela de M_{Sd} igual a M_{lim} é equilibrada por parte da armadura de tracção A_{s1} e pelo betão comprimido figura 18, e a outra parcela ($M_{Sd} - M_{lim}$) é equilibrada por uma secção só de aço constituída por A'_{s1} e por parte de A'_{s2} figura 19.

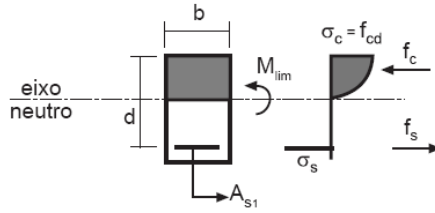


Figura 18. Parcela $M_{sd} = M_{lim}$ equilibrada por parte da armadura de tração A_{s1} e pelo betão comprimido

$$M_{sd} - M_{lim} = M_{comp} \quad (2.47)$$

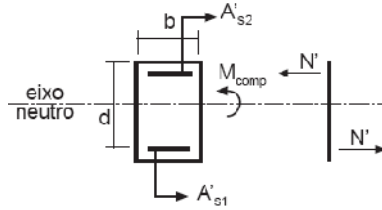


Figura 19. Parcela M_{comp} é equilibrada por uma secção só de aço constituída por A'_{s1} e por parte de A'_{s2}

$$N' = \frac{M_{comp}}{d - C_{sup}} \quad (2.48)$$

Em que:

$$A'_s = \frac{N'}{f_{yd}}, \text{ , daqui resulta o valor de } A'_{s1} \text{ e } A'_{s2}.$$

Assim a armadura final é a seguinte:

$$A_{s,inf} = A'_{s1} + A_{s1}(M_{lim}), \text{ e } A_{s,sup} = A'_{s2}$$

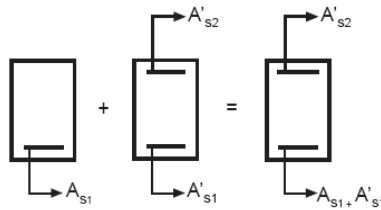


Figura 20. Armadura de elemento com armadura de compressão

2.5.3 Flexão simples e flexão composta

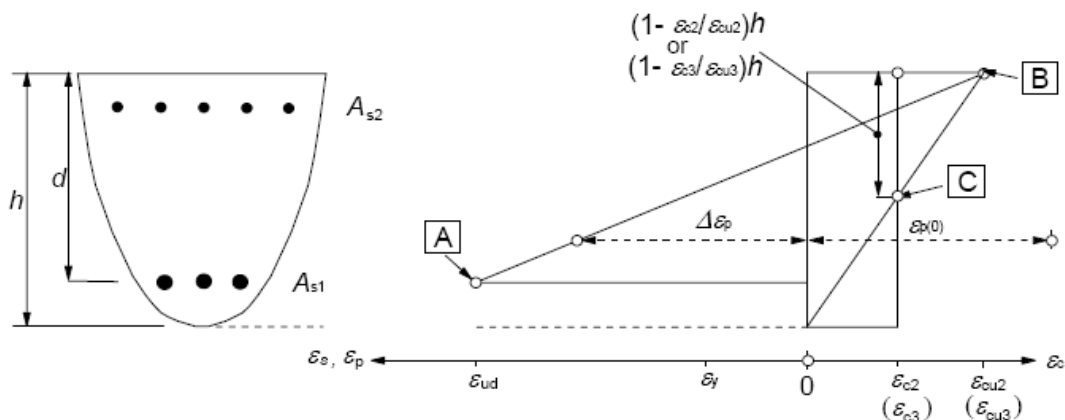
Segundo o EC2, para zonas de vigas sem descontinuidades, em que as secções se mantêm aproximadamente planas após o carregamento, a determinação da resistência à flexão última de secções de betão armado baseia-se nas seguintes hipóteses:

- As secções mantêm-se planas;

- A extensão nas armaduras aderentes, em tracção ou em compressão, é a mesma da do betão que as envolve;
- A resistência do betão à tracção é ignorada;
- As tensões no betão comprimido são obtidas do diagrama de tensões – extensões de cálculo, indicado em 2.2.1.1.
- As tensões nas armaduras de betão armado são obtidas do diagrama de cálculo indicado em 2.2.2.1.

O limite da extensão de compressão no betão é de ϵ_{cu2} , as tensões no aço para betão armado devem ser limitadas a ϵ_{ud}

O domínio admissível de distribuições de extensões é representado na seguinte figura:



A – Limite para a extensão de tracção do aço para betão armado

B – Limite para a extensão de compressão do betão

C – Limite para a extensão de compressão simples do betão

Figura 21. Distribuição das tensões admissíveis no estado limite último [1].

2.5.4 Esforço transversal

Dependendo da existência de armadura de esforço transversal no elemento, a verificação da resistência em relação ao esforço transversal é calculada da seguinte forma:

$V_{Rd,c}$ O valor de cálculo do esforço transversal resistente do elemento sem armadura de esforço transversal

$V_{Rd,s}$ Valor de cálculo do esforço transversal equilibrado pela armadura de esforço transversal na tensão de cedência

$V_{Rd,Max}$ Valor de cálculo do esforço transversal resistente máximo do elemento, limitado pelo esmagamento das escoras comprimidas

O cálculo do valor de resistência ao esforço transversal do elemento sem armadura de esforço transversal é o seguinte:

$$V_{Rd,c} = \max \left\{ \left[\frac{0,18}{\gamma_c} k (100 \rho_l f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right] bd; (v_{\min} + 0,15 \cdot \sigma_{cp}) bd \right\} \quad (2.49)$$

Em que:

$$F_{ck} \quad (\text{MPa})$$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0, \text{ com } d \text{ em mm}$$

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{bd} \leq 0,02$$

A_{sl} Área da armadura de tracção prolongada de um comprimento $\geq (l_{bd} + d)$ para além da secção considerada.

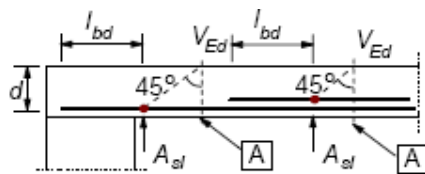
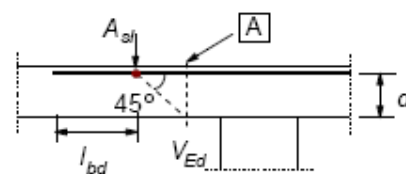


Figura 22.



Definição de A_{sl} .

$$\sigma_{cp} = \min \left\{ \frac{N_{Ed}}{A_c}; 0,2 f_{cd} \right\}$$

$$v_{\min} = 0,035 k^{\frac{3}{2}} \cdot f_{ck}^{\frac{1}{2}}$$

Para os elementos armados transversalmente, o cálculo baseia-se num modelo de treliça cujo ângulo θ , das escoras inclinadas na alma está limitado $1 \leq \cot(\theta) \leq 2.5$.

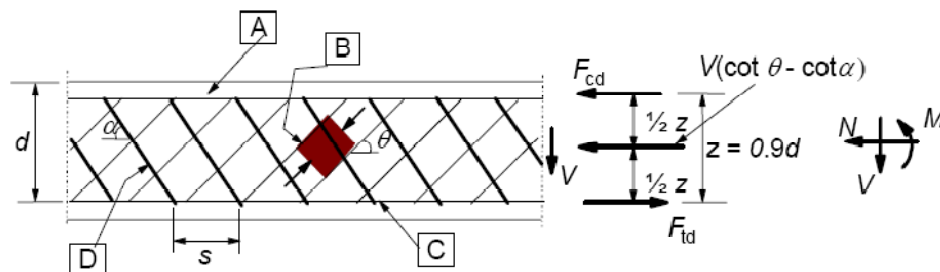


Figura 23.

Modelo de treliça para elementos com esforço transversal [1].

A - banzo comprimido, B - escoras, C - banzo traccionado, D - Armadura de esforço transversal

No cálculo da resistência ao esforço transverso seguem-se os seguintes passos:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} z \cdot f_{yd} \cdot \cot \theta \quad (2.50)$$

$$V_{Rd,max} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\cot \theta + \tan \theta} \quad (2.51)$$

Em que:

A_{sw} Área transversal das armaduras de esforço transverso.

s Espaçamentos dos estribos.

v_1 Coeficiente de redução da resistência do betão fendilhado por esforço transverso, o valor recomendado de v_1 é v , $v = 0,6 \left[1 - \frac{f_{ck}}{250} \right]$, f_{ck} em MPa.

α_{cw} Coeficiente que tem em conta o estado de tensão do banzo comprimido, igual a 1 para estruturas não pré-esforçadas.

2.5.5 Punçoamento em sapatas

O punçoamento pode resultar de uma carga concentrada ou de uma carga aplicada, a uma área relativamente reduzida, por exemplo um pilar que aplica todo o seu esforço axial à fundação.

A verificação do punçoamento é feita dentro de um perímetro de controlo, que varia desde a face do pilar até ao contorno de controlo $2d$, como representa a figura (12).

É dentro do perímetro de controlo que a relação entre o esforço resistente e o actuante é mais desfavorável.

Considerando a altura útil da sapata e o recobrimento constantes.

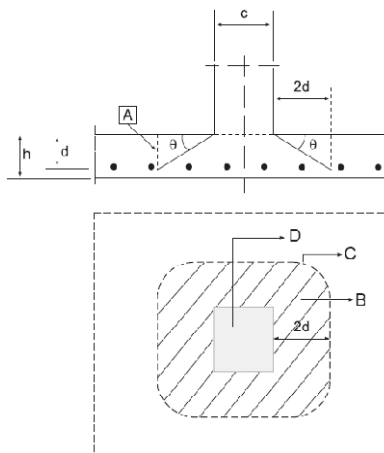


Figura 24. Contorno de controlo em torno de uma área carregada rectangular.

V_{Rd} Valor de cálculo da resistência ao punçoamento de uma sapata sem armadura de punçoamento, ao longo da secção de controlo considerada.

Não é necessária armadura de punçoamento se:

$$V_{Ed} < V_{Rd}$$

O Cálculo da força actuante, acções concêntricas, não será igual ao esforço transmitido pelo pilar, havendo necessidade de se descontar a resultante da pressão sob a sapata:

$$V_{Ed,red} = V_{Ed} - \Delta V_{Ed} \quad (2.52)$$

V_{Ed} Esforço transversal actuante

ΔV_{Ed} Reacção do terreno deduzida do peso próprio da sapata, no interior do contorno de controlo.

$$\Delta V_{Ed} = \frac{N_{Ed}}{A_{eff}} \times A_{controlo} \quad (2.53)$$

A_{eff} Área activa da sapata $= B_{x,eff} \times B_{y,eff}$

$A_{controlo}$ Área delimitada pelo perímetro de controlo $= (b + a)(d + a) - \left(\frac{4 - \pi}{4}\right)(a)^2$

$$V_{Ed} = \frac{V_{Ed,red}}{u d} \quad (2.54)$$

Em que:

u Perímetro de controlo considerado $= 2(b_x + b_y) + 2\pi a$

d Altura útil da sapata

a Distância da face do pilar ao contorno de controlo $= x d$, $0 \leq x \leq 2$

$$\beta = 1 + k \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u}{W}$$

Em que:

k É um coeficiente dependente da relação entre as dimensões do pilar b_x e b_y , o seu valor é função da proporção do momento não equilibrado transmitido por esforço transversal não uniforme e por flexão e torção.

Tabela 2 - Coeficientes dependentes da relação entre as dimensões do pilar

b_x/b_y ou b_y/b_x	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k_{sx}	0,45	0,6	0,7	0,8
k_{sy}	0,45	0,6	0,7	0,8

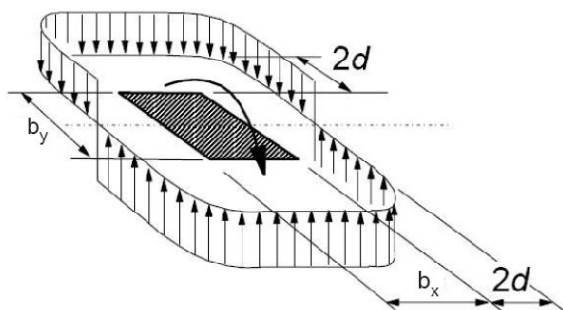


Figura 25. Distribuição de tensões tangenciais devidas a um momento não equilibrado, na ligação de uma sapata com um pilar

$W_{x,y}$ Parâmetro geométrico,

$$W_x = \frac{b_x^2}{2} + b_x b_y + 2b_y \rho + b_x \rho \pi + 4\rho^2$$

$$W_y = \frac{b_y^2}{2} + b_x b_y + 2b_x \rho + b_y \rho \pi + 4\rho^2$$

$e_{x,y}$ Excentricidade = $\frac{M_{Ed}}{N_{Ed}}$

$$V_{Rd} = \frac{0,18}{\gamma_c} k (100 \rho f_{ck})^{\frac{1}{3}} \times \frac{2d}{a} \geq v_{min} \times \frac{2d}{a} \quad (2.55)$$

γ_c = 1,5

v_{min} = $0,035 \times k^{3/2} \times f_{ck}^{1/2}$

$$K = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0, \text{ d em mm}$$

$$\rho_l = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{lz}} \leq 0,02$$

a Distância da periferia do pilar ao contorno de controlo considerado.

Se $\max \left\{ \frac{V_{Ed,red}(a)}{V_{Rd}(a)} \right\} < 1$, a verificação ao punçoamento é satisfeita.

2.6 Verificações Estados Limites de Serviço

Nas últimas décadas, a limitação das tensões, deformações e fendilhação, em estruturas tem adquirido grande importância devido a:

- As construções tendem a utilizar vãos estruturais maiores;
- Materiais de alta resistência têm sido aplicados, enquanto que o seu módulo de elasticidade raramente tem aumentado (betão), ou nem sequer aumentou (aço);
- Aumento das exigências, quanto à estética, limitação de vibração e condições de serviço [10].

2.6.1 Limitação de tensões

As regras de dimensionamento do EC2 para os ELU podem conduzir a tensões excessivas no betão e na armadura ordinária em serviço. Estas tensões podem, em consequência, afectar negativamente a aparência e desempenho em serviço e a durabilidade das estruturas de betão. Há então necessidade de limitar as tensões para que estes problemas não aconteçam [7].

2.6.1.1 Limitação das tensões de compressão no betão

Esta limitação tem como objectivo evitar formações de fendas longitudinais, a micro fendilhação ou níveis de fluência elevados, em situações em que tenham efeitos inadmissíveis para o normal funcionamento da estrutura [7].

Os limites considerados são:

$$\sigma_c \leq f_{cd} \quad (2.56)$$

$$\sigma_c \leq k_1 f_{ck} \quad (2.57)$$

Na combinação raras. Para as classes de exposição XS e XD, $k_1=0,6$

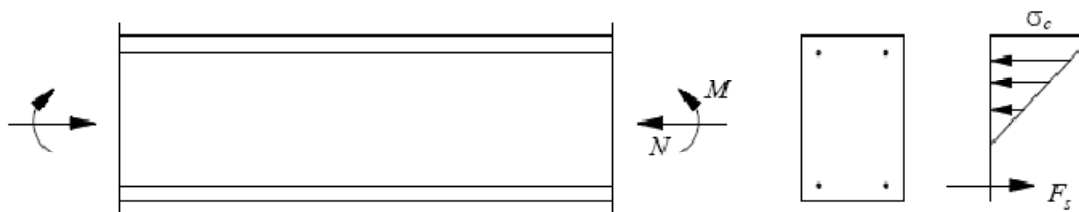


Figura 26. Limitação da tensão de compressão no betão [7].

$$\sigma_c \leq k_2 f_{ck} \quad (2.58)$$

Para acção na combinação quase permanente, com $k_2=0,45$ de modo a considerar a fluência linear

2.6.1.2 Limitação das tensões de tracção nas armaduras

As tensões de tracção na armadura devem ser limitadas a fim de evitar deformações não elásticas, assim como níveis de fendilhação e deformação não aceitáveis.

É considerado que um nível de fendilhação ou de deformação é aceitável quando para acções sob a combinação raras, a tensão na armadura é inferior $k_3 f_{yk}$, com $k_3=0,8$ [1].

$$\sigma_s \leq 0,8 f_{yk} \quad (2.59)$$

2.6.1.3 Métodos para o cálculo das tensões

Para o cálculo das tensões é tida em conta o estado de fendilhação da secção devida às cargas de serviço (combinação raras) e, também, aos efeitos da fluência e da retracção.

O cálculo das tensões varia, dependendo se a secção está ou não fendilhada.

Os efeitos da fluência do betão são tidos em conta usando um módulo de elasticidade efectivo ($E_{c,eff}$) para o betão na determinação do coeficiente de homogeneização (α).

$$\alpha = \frac{E_s}{E_{c,eff}} \quad (2.60)$$

$$E_{c,eff} = \frac{E_c}{1 + \varphi(t - t_0)} \quad (2.61)$$

2.6.1.3.1 Análise de tensões em secção não fendilhada

As tensões são calculadas considerando que toda a secção de betão está activa e que tanto o aço como o betão são elásticos em tracção e em compressão. Utilizando as expressões da resistência de materiais é calculada a tensão no aço e betão [7]:

$$\text{Flexão simples} \quad \sigma_c = \frac{M}{I_{ci}} \cdot x, \text{ e } \sigma_s = \alpha \sigma_c \quad (2.62)$$

M Momento flector, combinação quase permanente

I_{ci} Inércia secção homogeneizada

α Coeficiente de homogeneização

x Distância ao eixo neutro

2.6.1.3.2 Análise de tensões em secção fendilhada

Para as secções onde a tensão no betão é maior do que f_{ctm} , é considerada a secção fendilhada. Nesta situação é considerado que o betão é elástico em compressão, mas não resiste a qualquer esforço de tracção, e o aço é elástico quer em compressão, quer em tracção [7].

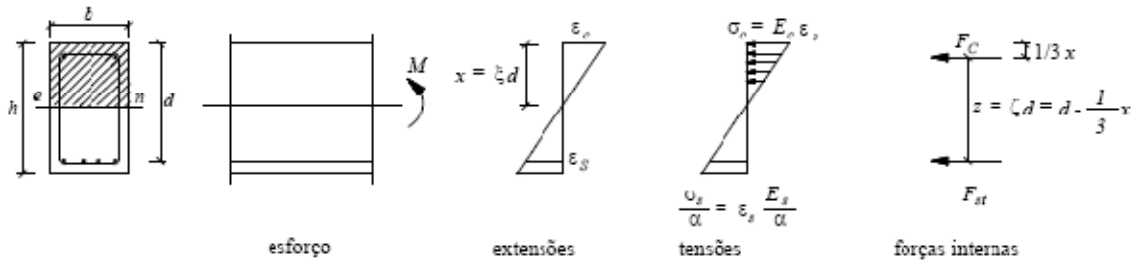


Figura 27. Análise de uma secção fendilhada sujeita a um momento flector, flexão simples.

Com referência à figura 27, a equação que permite determinar a posição do eixo neutro para uma secção rectangular sem armadura de compressão é:

$$\xi^2 + 2\alpha\rho\xi - 2\alpha\rho = 0 \quad (2.63)$$

Tensão máxima no betão

$$\sigma_c = \frac{2}{\xi \left(1 - \frac{\xi}{3}\right)} \cdot \frac{M}{bd^2} \quad (2.64)$$

Tensão máxima na armadura

$$\sigma_s = \frac{1}{\rho \left(1 - \frac{\xi}{3}\right)} \cdot \frac{M}{bd^2} \quad (2.65)$$

Sendo:

$$\xi = \frac{x}{d}, \quad \alpha = \frac{E_s}{E_c}, \quad \rho = \frac{A_s}{bd}, \quad \zeta = \frac{z}{d} \quad (2.66)$$

2.6.2 Controlo da fendilhação

A fendilhação é uma anomalia, frequente e grave. Esta afecta a estanqueidade do elemento, prejudica a sua aparência, facilita infiltrações de água (oxidação das armaduras) e de outros agentes, e fixa microrganismos, logo reduz a durabilidade do elemento.

Esta patologia depende de vários factores e envolve fenómenos complexos, ao nível da classe do betão, microestrutura do betão, quantidades de armadura, tipo de armadura, dimensões de armadura (diâmetro), fluência, retracção, tornando-se difícil de controlar completamente [13].

As regras práticas, para o controlo da fendilhação em elementos de betão armado, estão presentes no EC2, onde é abordado o comportamento de elementos de betão fendilhado, informação acerca da abertura de fendas que pode ser crítica com relação à durabilidade, expressão adequada para calcular a abertura de fendas, e regras simplificadas para controlo da fendilhação que consistem na definição da armadura mínima, limitação dos diâmetros dos varões e limitação do espaçamento entre varões.

Para analisar o estado de fendilhação de uma secção compara-se o valor do momento flector para a combinação raras com o momento de fendilhação, se este for maior então temos a secção fendilhada.

O momento de fendilhação corresponde ao momento para o qual a $\sigma_{ct} > f_{ctm}$ combinação raras.

2.6.2.1 Causas da fendilhação

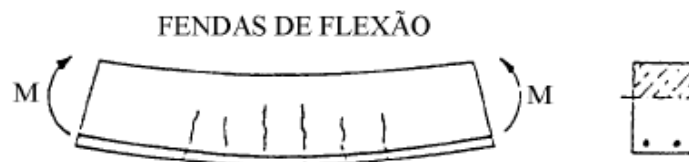
As causas da fendilhação podem se dividir em dois grupos, fendilhação devido a acções directas, e fendilhação resultante de deformações impostas.

Fendilhação devida a acções directas, corresponde à fendilhação resultante dos esforços nas secções (flexão, esforço transversal, tracção), devidas às cargas aplicadas. Nas figuras seguintes, exemplificam-se os tipos de fendas que podem ocorrer para este tipo de solicitação [7].

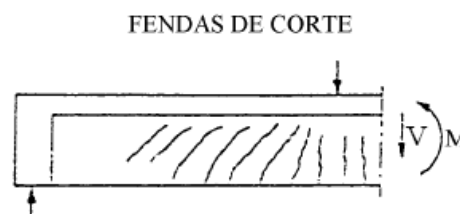
- Fendas de tracção que atravessam em geral toda a secção;



- Fendas de flexão que se desenvolvem do bordo mais traccionado para a linha neutra;



- Fendas de corte que se desenvolvem obliquamente ao eixo da viga;



- Fendas de aderência que se desenvolvem ao longo das armaduras, partindo frequentemente de fendas de flexão. São as mais críticas sob o aspecto da corrosão;



A fendilhação resultante de deformações impostas corresponde à fendilhação resultante de causas tais como o assentamento diferencial das fundações, a retracção ou a variação de temperatura.

O cálculo da largura de fendas é feito tendo em conta acções directas, o coeficiente de fluência e retracção do betão (acções indirectas).

2.6.2.2 Limites de abertura de fendas

Existem várias razões para limitar a abertura das fendas como, a possível corrosão das armaduras devido ao contacto com agentes agressivos, a limitação por motivos estéticos, limitar a permeabilidade através de fendas (a falta de estanquidade pode ser crítica em casos de reservatórios) [7].

A corrosão das armaduras trata-se da razão mais frequente invocada para controlar a fendilhação. A protecção contra a corrosão tem a ver fundamentalmente com requisitos de durabilidade; os limites a estabelecer para a fendilhação terão a ver, quer com a agressividade do ambiente, quer com a sensibilidade das armaduras à corrosão.

Um adequado recobrimento das armaduras e um betão de boa qualidade (não poroso) são muito importantes para garantir os limites de fendilhação.

A aparência das fendas pode ser desagradável e incomodar os que se servem dos edifícios. Hoje em dia não pode ser adoptado o ponto de vista de que interessa apenas uma estrutura segura sem preocupação com o aspecto. Um dos principais elementos para analisar a qualidade da vida humana é a qualidade das habitações, que está directamente ligada ao aspecto, factor importante para estimar a qualidade.

O valor da abertura de fendas aceitável do ponto de vista do aspecto depende de vários factores. Estudos efectuados sugerem que fendas sobre superfícies lisas com aberturas superiores a 0.3mm podem causar preocupação no público, sendo por isso de admitir aberturas máximas por volta deste valor [7].

O valor limite segundo o EC2, depende da classe de exposição, assim para classes de exposição X0 e XC1, o limite considerado é de 0,4 mm e para os restantes o limite considerado é de 0,3 mm.

2.6.2.3 Cálculo da abertura de fendas

O EC2 define que a largura de fendas W_k pode ser calculada pela expressão:

$$W_k = S_{r,\max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (2.67)$$

Em que:

$S_{r,\max}$ Distância máxima entre fendas;

ε_{sm} Extensão média da armadura para a combinação de acções considerada, incluindo o efeito das deformações impostas e considerando a contribuição do betão traccionado. Considera-se apenas a extensão de tracção que ocorre para além do estado de extensão nula do betão no mesmo nível

ε_{cm} Extensão média no betão entre fendas

$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}$ Calculado pela seguinte expressão:

$$\text{Max} \left\{ \varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s}; 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} \right\} \quad (2.68)$$

Em que:

σ_s Tensão na armadura de tracção admitindo a secção fendilhada.

α_e Relação E_s/E_{cm}

$\rho_{p,eff}$ $A_s/A_{c,eff}$

$A_{c,eff}$ $h_{c,eff} \cdot b$

$h_{c,eff}$ $\text{Min} \left\{ 2,5(h-d); \frac{h-x}{3}; \frac{h}{2} \right\}$, em que x é a distância ao eixo neutro

k_t Coeficiente função da duração do carregamento, =0,4 para carregamentos de longa duração.

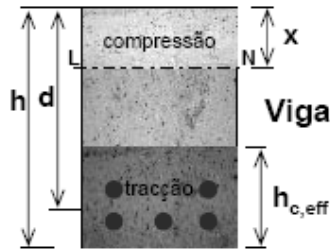


Figura 28. Ilustração de dimensões necessárias para o cálculo da abertura de fendas.

O cálculo da distância máxima entre fendas corresponde ao comprimento necessário para transmitir por aderência ao betão uma força igual à força resistente de tracção no betão ($f_{ctm} \cdot A_{ct}$) [1].

Para distâncias entre os eixos das armaduras aderentes localizadas na zona traccionada menores que $5 \left(c + \frac{\phi}{2} \right)$, o cálculo da distância máxima entre fendas segue a seguinte expressão:

$$S_{r,max} = k_3 c + \frac{k_1 k_2 k_4 \phi}{\rho_{p,eff}} \quad (2.69)$$

Em que:

Φ Diâmetro dos varões. No caso de existirem varões de diâmetros diferentes numa secção, deve utilizar-se um diâmetro equivalente, Φ_{eq} . Para uma secção com n_1 varões de diâmetro Φ_1 e n_2 varões de diâmetro Φ_2 , deve utilizar-se a seguinte

Expressão:

$$\phi_{eq} = \frac{n_1 \phi_1^2 + n_2 \phi_2^2}{n_1 \phi_1 + n_2 \phi_2} \quad (2.70)$$

c Recobrimento das armaduras longitudinais

k_1 Coeficiente que tem em consideração as propriedades de aderência dos varões, considerando varões de alta aderência $k_1=0,8$

k_2 Coeficiente que tem em conta a distribuição das extensões, para flexão $k_2=0,5$

k_3 e k_4 São considerados os valores recomendados pelo EC2, 3,4 e 0,425 respectivamente.

2.6.2.4 Controlo de fendilhação sem cálculo de abertura de fendas

Como simplificação à necessidade do cálculo da abertura de fendas, para respectivas verificações vem, o controlo da fendilhação sem cálculo de abertura de fendas. Esta simplificação é possível se se respeitar uma das seguintes tabelas [1]:

Tabela 3 - Diâmetros máximos dos varões para o controlo da fendilhação

Tensão no aço [MPa]	Diâmetros máximos dos varões [mm]		
	Wk=0,4 mm	Wk=0,3 mm	Wk=0,2 mm
160	40	32	25
200	32	25	16
240	20	16	12
280	16	12	8
320	12	10	6
360	10	8	5
400	8	6	4
450	6	5	-

Os valores das tensões, consideradas devem ser as calculadas pela combinação quase permanentes.

Os valores indicados no quadro baseiam-se nas seguintes hipóteses: C = 25mm; $f_{ct,eff}=2,9\text{MPa}$; $h_{cr}=0,5$; $(h-d) = 0,1h$; $k_1=0,8$; $k_2=0,5$; $k_c=0,4$; $k=1,0$; $k_4=0,4$ e $k'=1,0$.

O diâmetro máximo dos varões deve ser modificado como se indica a seguir:

Flexão (com pelo menos parte da secção em compressão)

$$\phi_s = \phi_s^* \left(\frac{f_{ct,eff}}{2,9} \right) \frac{k_c h_{cr}}{2(h-d)} \quad (2.71)$$

Em que:

ϕ_s Diâmetro modificado máximo dos varões

ϕ_s^* Diâmetro máximo dos varões indicado na tabela 2

h Altura total da secção

h_{cr} Altura da zona traccionada imediatamente antes da fendilhação, considerando os valores característicos do pré-esforço e os esforços normais para a combinação quase - permanente de acções

d Altura útil ao centro de gravidade da camada exterior das armaduras

Em vigas com altura > 1 m, cuja armadura principal está concentrada apenas numa pequena parte da altura, é necessária a aplicação de uma armadura de pele adicional para o controlo da fendilhação nas faces laterais. A armadura deve ser distribuída uniformemente desde o nível de armadura de tracção até ao eixo neutro e não deve tomar valores inferiores a $A_{s,min}$ [1].

Em secções onde ocorram variações bruscas de tensão, é necessária maior atenção quanto aos riscos de formação de fendas:

- Mudanças de secção
- Proximidade de cargas concentradas
- Secções de interrupção de varões
- Zonas com elevadas tensões de aderência, em particular nas extremidades de sobreposições

2.6.3 Controlo das deformações

A deformação de um elemento, ou de uma estrutura não deve ser prejudicial ao seu correcto funcionamento, ou ao seu aspecto, sendo estabelecidos valores limites apropriados para as deformações, tendo em conta a natureza e função da estrutura.

A deformação de um elemento de betão armado sujeito a esforços de tracção ou flexão deve ter em consideração, para além das características de deformabilidade do betão e da existência de armaduras longitudinais, a fendilhação do betão e o comportamento diferido do betão, em resultado da fluência e retracção [1].

2.6.3.1 Limitação de flechas

Segundo EC2:

A deformação de um elemento ou de uma estrutura não deve ser prejudicial ao seu correcto funcionamento ou ao seu aspecto.

Devem ser estabelecidos para as deformações valores limites apropriados, tendo em conta a natureza da estrutura, dos acabamentos, das divisórias e acessórios, e a função da estrutura.

As deformações não devem exceder os valores compatíveis com as deformações de outros elementos ligados à estrutura, tais como divisórias, envidraçados, revestimentos,

redes ou acabamentos. Em certos casos poderá ser necessário limitar as deformações de modo a garantir o correcto funcionamento de máquinas ou de aparelhos suportados pela estrutura, ou de modo a evitar a acumulação de águas pluviais em coberturas planas.

Os valores limites das flechas indicados em seguida constam da ISO 4356 e deveriam garantir em geral um comportamento satisfatório dos edifícios, tais como edifícios de habitação e de escritórios, edifícios públicos ou fábricas. É necessário assegurar que os limites são adequados à estrutura considerada e que não há requisitos especiais a satisfazer. Outras informações relativas a flechas e aos seus valores limites podem ser obtidas da ISO 4356.

O aspecto e as condições de utilização da estrutura podem ser alterados quando a flecha calculada de uma viga, laje ou consola sujeitas a acções quase-permanentes for superior a vão/250. A flecha é calculada em relação aos apoios. Poderá prever-se uma contra-flecha para compensar parcial ou totalmente as deformações, mas, em geral, qualquer contra-flecha não deve ser superior a vão/250.

As flechas susceptíveis de danificar partes adjacentes à estrutura devem ser limitadas.

Para as flechas que ocorram depois da construção, o limite vão/500 é normalmente adequado para as acções quase - permanentes. Poderão ser adoptados outros limites em função da sensibilidade dos elementos adjacentes.

O estado limite de deformação é verificado, sem necessidade de cálculo da deformada, de acordo com as expressões (...) e (...), consoante a relação entre a ρ e ρ_0 em que é calculada a altura mínima para que a limitação da relação vão/altura da secção, verifique.

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho - \rho'} + \frac{1}{12} \sqrt{f_{ck}} \sqrt{\frac{\rho'}{\rho_0}} \right] \text{ se } \rho > \rho_0 \quad (2.72)$$

$$\frac{l}{d} = K \left[11 + 1,5 \sqrt{f_{ck}} \frac{\rho_0}{\rho} + 3,2 \sqrt{f_{ck}} \left(\frac{\rho_0}{\rho} - 1 \right)^{\frac{3}{2}} \right] \text{ se } \rho \leq \rho_0 \quad (2.73)$$

Em que:

l/d Valor limite da relação vão altura

K Coeficiente que tem em conta os diferentes sistemas estruturais (em anexo)

ρ_0 Taxa de armadura de referência = $\sqrt{f_{ck}} 10^{-3}$

ρ Taxa de armaduras de tracção necessária a meio vão para equilibrar o momento devido às acções de cálculo (no apoio no caso de uma consola).

$\rho' = 0$, considera-se que não existe armadura de compressão a meio vão para equilibrar o momento devido às acções de cálculo.

As expressões (...), e (...), são obtidas admitindo que, para as acções em ELS, a tensão no aço é de 310 MPa o que corresponde sensivelmente a um aço A500, se o aço escolhido for o A400, os valores obtidos das expressões anteriores devem ser multiplicados por:

$$\frac{310}{\sigma_s} = \frac{500}{\left(\frac{f_{yk} A_{s,req}}{A_{s,prov}} \right)} \quad (2.74)$$

No caso de elementos com vão > 7 m, o valor de l/d deve ser multiplicado por $7/l_{eff}$.

$$l_{eff} = l_n + a_1 + a_2$$

Em que:

l_n Distância livre entre as faces dos apoios

a_1, a_2 Corresponde em cada extremidade à distância desde a face do pilar até ao centro do apoio como indica a figura 29.

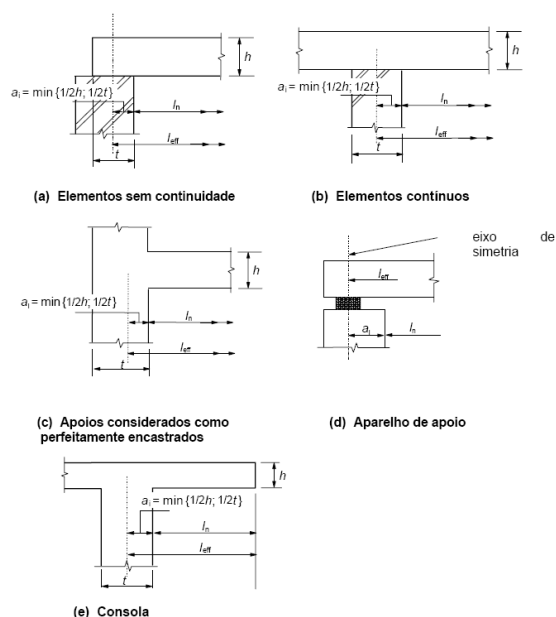


Figura 29. Vão efectivo para várias condições de apoio

Então se for considerado que o vão adoptado corresponde à distância entre o centro do apoio de cada extremidade, temos que $vão = l_{eff}$.

Se o limite acima referido (l/d) for satisfeito, pode admitir-se que a respectiva flecha não irá exceder os limites estabelecidos pela ISO4356, assim sendo não é necessário o cálculo da flecha.

2.6.3.2 Cálculo da deformada

Combinação quase permanente

O método mais rigoroso para o cálculo da deformada devido aos momentos flectores é feito a partir do cálculo por dupla integração numérica das curvaturas para as várias secções em que está dividido o elemento. O cálculo varia consoante o estado de fendilhação do elemento [7].

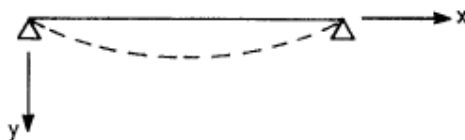


Figura 30. Deformada de uma viga simplesmente apoiada

$$y'' = \frac{1}{r} = -\frac{M}{EI} \quad (2.75)$$

A curvatura total ao longo do tempo (t) é a soma da curvatura elástica $(1/r)_{ce}$ e das curvas devidas à fluência $(1/r)_{cc}$ e à retracção $(1/r)_{cs}$.

$$\left(\frac{1}{r}\right)_t = \left(\frac{1}{r}\right)_{ce} + \left(\frac{1}{r}\right)_{cc} + \left(\frac{1}{r}\right)_{cs} \quad (2.76)$$

Cada um dos termos do segundo membro tem em conta o estado de fendilhação.

O cálculo da curvatura elástica, é feita usando a equação (2.75), para todas as outras curvaturas a expressão é substituída por:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_c = \frac{\epsilon_{cm} - \epsilon_{sm}}{d} \quad (2.77)$$

Com:

ϵ_{sm}	Deformação relativa média da armadura
ϵ_{cm}	Deformação relativa média do betão na fibra externa;
d	Altura útil da secção

A curvatura devida à fluência $(1/r)_{cc}$ é calculada como múltiplo da curvatura inicial, sob as combinações quase - permanentes de acções.

A curvatura de fluência considera o modulo efectivo para o betão dado por:

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t - t_0)} \quad (2.78)$$

Em que $\varphi(t - t_0)$ é o coeficiente de fluência

Devido à retracção, a curvatura é avaliada da seguinte maneira:

$$\left(\frac{1}{r}\right)_{cs} = \frac{\varepsilon_{cs} \alpha_e S}{I} \quad (2.79)$$

Onde:

ε_{cs} Extensão de retracção livre;

S Momento estático da área de armadura em relação ao baricentro da secção;

I Momento de inércia da secção

α_e Coeficiente de homogeneização efectivo = $E_s/E_{c,eff}$

S e I são calculados para a condição não fendilhada e para a condição fendilhada, sendo a curvatura final avaliada por meio da expressão (2.87)

2.6.3.2.1 Modelo idealizado para o cálculo de deformações em elementos fendilhados sujeitos ao esforço axial e/ou momentos flectores [7]

As estruturas de betão armado e pré-esforçado têm tendência a fendilhar e estão sujeitas aos efeitos diferidos (fluência retracção, relaxação). Resulta assim num comportamento descontínuo consoante se considera a secção fendilhada ou as secções vizinhas. É esta a razão porque necessitamos de definir:

- O valor médio da extensão da armadura traccionada para estimar a fendilhação;
- O valor médio da curvatura para calcular as deformações.

Estes valores médios obtêm-se a partir dos valores extremos correspondentes respectivamente:

- Ao estado I: secções não fendilhadas, considerando o betão traccionado, o betão comprimido e a armadura;
- Ao estado II_0 : secções fendilhadas, não considerando senão o betão comprimido e a armadura;

E podem ser definidos com a ajuda de coeficientes de repartição indicando as contribuições respectivas do estado I e do estado II_0 .

O modelo real é representado por um modelo constituído por duas partes de comprimento l_1 e l_2 variáveis em função das solicitações: uma trabalhando em estado I e

outra em estado II₀. O modelo fica definido se conhecermos o comportamento nos estados I e II₀ e os comprimentos l₁ e l₂; estes fixam a partição dos estados extremos ao valor médio. Esta partição é dada pelo coeficiente de repartição ζ que define os comprimentos: $l_1 = (1 - \zeta) \cdot l$ (2.80)

$$l_2 = \zeta \cdot l \quad (2.81)$$

Elementos solicitados à flexão simples:

Considerando que o elemento em estudo está sujeito à flexão simples, o elemento real de comprimento l, ao longo do qual se supõe um momento de flexão constante, é substituído por um modelo composto por duas partes, uma no estado I e outra no estado II₀ (secções fendilhadas em que são considerados o betão comprimido e a armadura).

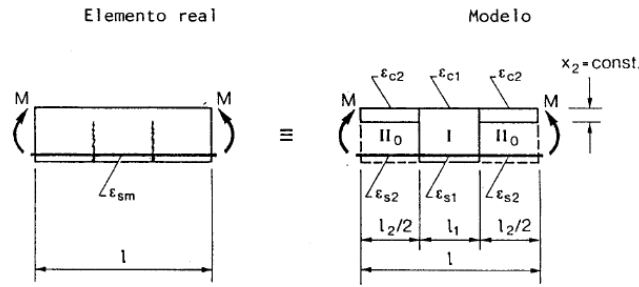


Figura 31. Modelo de cálculo para flexão simples

Recorrendo à igualdade das extensões médias da armadura no elemento real e no modelo temos que:

$$\epsilon_{sm} = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_2}{l} = \frac{l_1 \cdot \epsilon_{s1} + l_2 \cdot \epsilon_{s2}}{l} \quad (2.82)$$

Onde:

$$\epsilon_{sm} = (1 - \zeta) \cdot \epsilon_{s1} + \zeta \cdot \epsilon_{s2} \quad (2.83)$$

Com:

$$(1 - \zeta) = \frac{l_1}{l} \quad \text{e} \quad \zeta = \frac{l_2}{l} \quad (2.84)$$

Da mesma forma, a deformação relativa média do betão situado na fibra extrema comprimida será:

$$\epsilon_{cm} = (1 - \zeta) \cdot \epsilon_{c1} + \zeta \cdot \epsilon_{c2} \quad (2.85)$$

O coeficiente de repartição ζ intervindo nestas equações é dado por:

$$\zeta = 1 - \beta \cdot \left(\frac{\sigma_{sr}}{\sigma_{s2}} \right)^2 \approx 1 - \beta \cdot \left(\frac{M_r}{M} \right)^2 \quad (2.86)$$

Em que:

M Momento flector na combinação raras

M_r Momento de fendilhação

β Coeficiente que considera a duração ou a repetição das cargas

=1.0 para uma única carga de curta duração;

=0.5 para cargas actuando com permanência ou para vários ciclos de cargas repetidas.

2.6.3.2.2 Curvatura média para o elemento sujeito a flexão simples:

É definida pela seguinte expressão:

$$\frac{1}{r_m} = \frac{M}{EI_m} = \frac{\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}}{d} \quad (2.87)$$

No seguimento do modelo de cálculo apresentado anteriormente em (2.6.3.2.1), no cálculo da deformação relativa média da armadura (ε_{sm}), e da deformação relativa média do betão na fibra externa (ε_{cm})

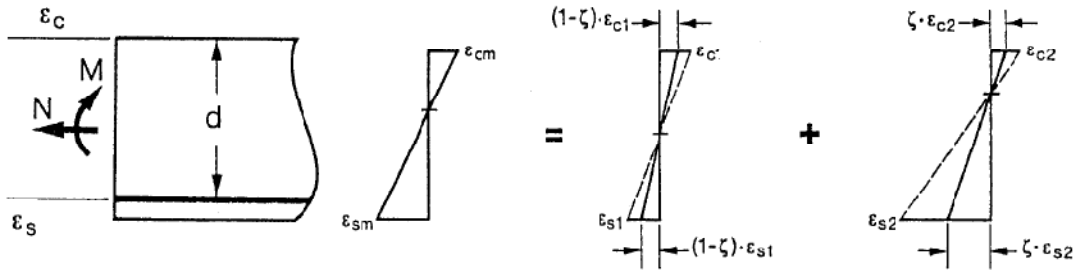


Figura 32. Curvatura média – flexão simples

Substituindo (2.82) e (2.84) em (2.87), temos para a curvatura média:

$$\frac{1}{r_m} = (1 - \zeta) \cdot \frac{1}{r_1} + \zeta \cdot \frac{1}{r_2} \quad (2.88)$$

Em que, $1/r_1$ e $1/r_2$ são as curvaturas correspondentes aos estados 1 e 2 respectivamente.

E o coeficiente de repartição (ζ) é dado pela expressão (2.86).

Por maneira a sabermos se a secção está ou não fendilhada, é feito o cálculo do momento de fendilhação (M_r) vem de:

$$M_r = W_1 \cdot f_{cm} \quad (2.89)$$

$$M_r = f_{cm} \frac{I_{n,fend}}{h - x_u} \quad (2.90)$$

$$W_1 \quad \text{Modulo de flexão da secção não fendilhada, } = \frac{I_{n,fend}}{h - x_u}$$

$I_{n,fend}$ Inércia do elemento não fendilhado:

$$I_{n,fend} = \frac{bh^3}{12} + bh \left(\frac{h}{2} - x \right)^2 + \alpha \left(A_{s,inf} (d - x)^2 + A_{s,sup} (c_{inf} - x)^2 \right) \quad (2.91)$$

x_u Profundidade do eixo neutro não fendilhado:

$$x_u = \frac{\frac{bh^2}{2} + \alpha (A_{s,sup} \cdot c_{sup} + A_{s,inf} \cdot (h - c_{sup}))}{bh \cdot \alpha (A_{s,sup} \cdot A_{s,inf})} \quad (2.92)$$

Se a secção não estiver fendilhada o coeficiente de repartição toma o valor de zero.

2.6.3.2.3 Cálculo das deformações por integração:

O cálculo das deformações é obtido por integração das curvaturas médias aplicando o teorema dos trabalhos virtuais:

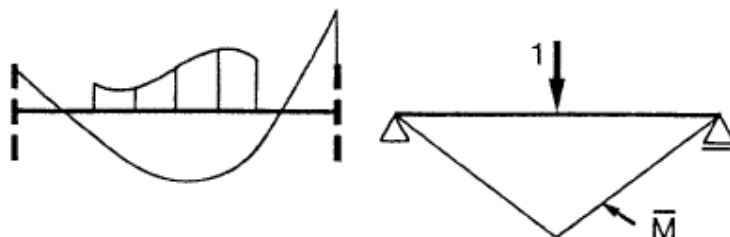


Figura 33. Teorema dos trabalhos virtuais aplicado ao cálculo da flecha

$$M = \frac{1}{r_m}, f = \int \frac{1}{r_m} \cdot \bar{M} \cdot dx$$

A integração acima descrita é executada por meio de um somatório, de troços de comprimento finito, cada um com uma curvatura média constante, em que a peça esta dividida.

$$f = \int \frac{1}{r_m} \cdot \bar{M} \cdot dx \quad (2.93)$$

f Deformada

2.7 Convenções

As convenções de sinais adoptadas nas folhas de cálculo, para as tensões são as seguintes:

Esforço axial:

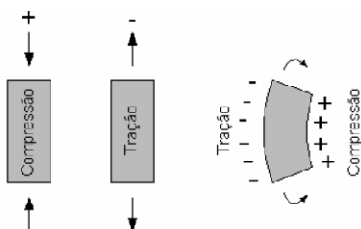


Figura 34. Convenções de sinais de forças e tensão

- Forças e tensões de compressão: sinal positivo
- Forças e tensões de tracção: sinal negativo

Esta foi a convenção usada, visto admitir que é a mais adequada para betão armado, pois o betão trabalha à compressão, não à tracção, além disso a maior parte dos casos o esforço normal é de compressão, sendo mais simples torná-lo positivo.

Esforço transversal:

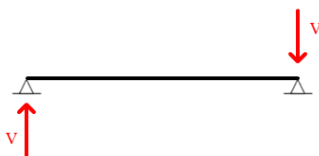


Figura 35. Convenção, do esforço transversal

Momentos flectores:

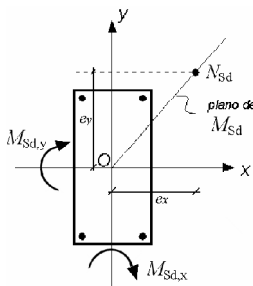


Figura 36. Plano de actuação da força normal e convenção da direcção dos momentos flectores

$M_{sd,x}$ Momento flector de cálculo positivo, na direcção x;

$M_{sd,y}$ Momento flector de cálculo positivo, na direcção y.

2.8 Disposições construtivas EC2

2.8.1 Distância entre varões:

Importância da distância entre varões:

- Betonagem satisfatória
- Compactação satisfatória do betão
- Assegurar adequadas condições de aderência

A distância livre entre varões paralelos, não deverá ser inferior ao maior dos seguintes valores: K1 vezes diâmetro dos varões, ou dimensão máxima do agregado (mm)+ k2, ou 20mm (K1 e K2 a utilizar num determinado país são dados no respectivo anexo nacional, e são respectivamente 1 e 5mm)

Assim a distância mínima entre varões é:

$$\text{Máximo}\{k_1\phi; dg + 5; 20\} \text{ mm} \quad (2.94)$$

Agrupamento de varões

O EC2 refere que caso não haja indicações em contrário as regras relativas a varões isolados também se aplicam aos agrupamentos de varões. O agrupamento de varões tem de respeitar as seguintes regras, a classe do aço dos varões tem de ser a mesma, e em agrupamentos de varões com diferentes diâmetros, a relação entre eles não pode exceder 1,7, visto não ser possível seleccionar para um problema diferentes tipos de aço, e só ser possível de fazer agrupamentos de varões do mesmo diâmetro estas verificações estão satisfeitas.

Para agrupamentos de varões o diâmetro equivalente é calculado pela seguinte expressão:

$$\phi_n = \phi \sqrt{n_b} \leq 55 \text{ mm} \quad (2.95)$$

Em que:

ϕ_n	Diâmetro equivalente
ϕ	Diâmetro dos vários varões do agrupamento
n_b	Numero de varões agrupados

2.8.2 Comprimento de amarração

Este cálculo tem em consideração o tipo de aço e suas condições de aderência. O comprimento de amarração de referência necessário, para amarrar a força $A_s \sigma_{sd}$, admitindo que a tensão de aderência é constante e igual a f_{bd} , é:

$$l_{b,rqd} = \left(\frac{\phi}{4} \right) \left(\frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \right) \quad (2.96)$$

Em que:

ϕ Diâmetro dos varões de aço

σ_{sd} Valor de cálculo da tensão na secção do varão a partir do qual é medido o comprimento de amarração

f_{bd} Valor de cálculo da tensão de rotura de aderência, para varões de alta aderência é considerado igual a:

$$f_{bd} = 2,25\eta_1\eta_2f_{ctd} \quad (2.97)$$

Em que:

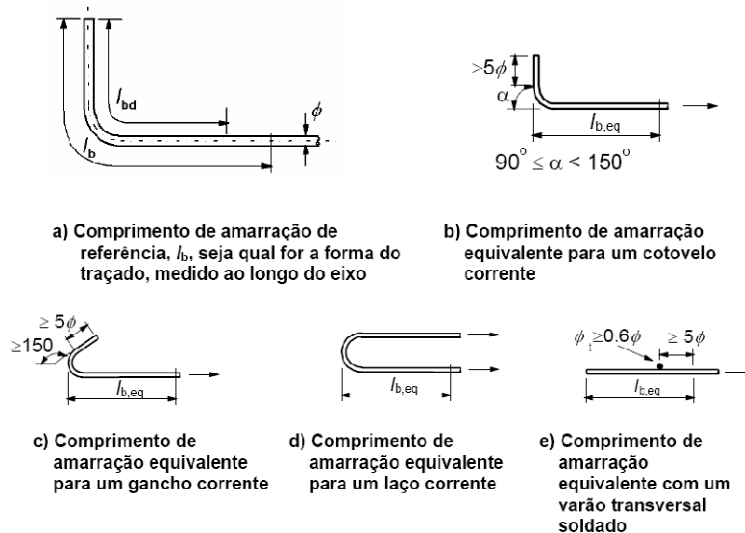
η_1 Coeficiente relacionado com as condições de aderência e com a posição do varão durante a betonagem, $\eta_1=1$ para condições de boa aderência. $\eta_1=0,7$ para todos os outros casos e para varões em elementos estruturais construídos com cofragens deslizantes, a não ser que se possa demonstrar que as condições são de boa aderência.

η_2 Coeficiente relacionado com o diâmetro do varão, $\eta_2=1$ para $\phi \leq 32\text{mm}$, $\eta_2=(132-\phi)/100$ para $\phi > 32\text{mm}$

O comprimento de amarração de cálculo l_{bd} é dado por:

$$l_{bd} = \max \{ \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd}; l_{b,\min} \} \quad (2.98)$$

α_1 Tem em conta o efeito da forma dos varões admitindo um recobrimento adequado.



α_2

Tem em conta o efeito do recobrimento mínimo do betão:

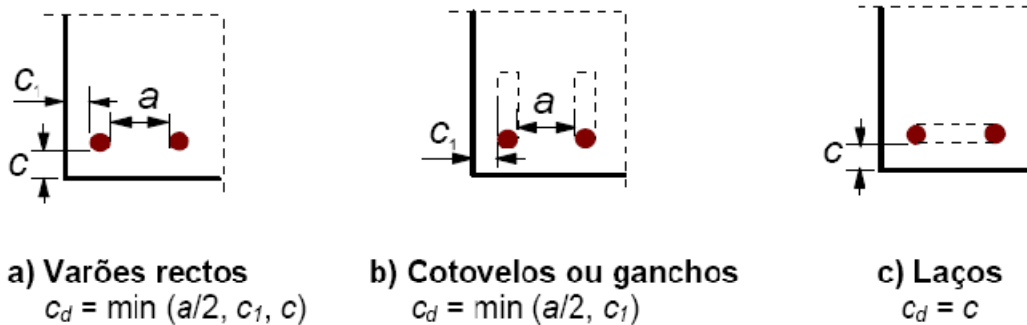


Figura 37.

Valores de c_d para vigas α_3

Tem em conta o efeito de cintagem das armaduras transversais

 α_4 Tem em conta a influência de um ou mais varões transversais soldados ($\phi_t > 0,6\phi$) ao longo do comprimento de amarração de cálculo l_{bd} α_5

Tem em conta o efeito da pressão ortogonal ao plano de fendilhamento ao longo do comprimento de amarração de cálculo.

O produto $\alpha_2\alpha_3\alpha_5$ é $\geq 0,7$, $l_{b,min}$ comprimento de amarração mínimo se não existir nenhuma outra limitação:

- para amarrações de varões traccionados: $l_{b,min} > \max\{0,3l_{b,req}; 10\phi; 100mm\}$
- para amarrações de varões comprimidos: $l_{b,min} > \max\{0,6l_{b,req}; 10\phi; 100mm\}$

Factor de influência	Tipo de amarração	Armadura para betão armado	
		Traccionada	Comprimida
Forma dos varões	Recta	$\alpha_1 = 1,0$	$\alpha_1 = 1,0$
	Outra, não recta (ver Figura 8.1 (b), (c) e (d))	$\alpha_1 = 0,7$ se $c_d > 3\phi$ caso contrário $\alpha_1 = 1,0$ (ver Figura 8.3 para os valores de c_d)	$\alpha_1 = 1,0$
Recobrimento das armaduras	Recta	$\alpha_2 = 1 - 0,15(c_d - \phi)/\phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_2 = 1,0$
	Outra, não recta (ver Figura 8.1 (b), (c) e (d))	$\alpha_2 = 1 - 0,15(c_d - 3\phi)/\phi$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$ (ver Figura 8.3 para os valores de c_d)	$\alpha_2 = 1,0$
Cintagem das armaduras transversais não soldadas à armadura principal	Todos os tipos	$\alpha_3 = 1 - K\lambda$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	$\alpha_3 = 1,0$
Cintagem das armaduras transversais soldadas	Todos os tipos, posições e diâmetros, como representado na Figura 8.1 (e)	$\alpha_4 = 0,7$	$\alpha_4 = 0,7$
Cintagem por compressão transversal	Todos os tipos	$\alpha_5 = 1 - 0,04p$ $\geq 0,7$ $\leq 1,0$	-

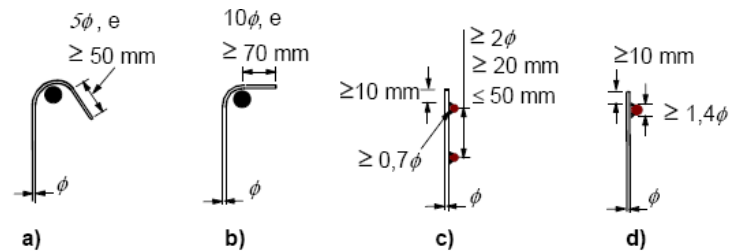
Figura 38.

Valores dos coeficientes α_1 , α_2 , α_3 , α_4 , e α_5

2.8.3 Amarração de cintas e armadura de esforço transverso

A amarração de cintas e de armaduras de esforço transverso é normalmente efectuada por meio de cotovelos e ganchos ou através de armaduras transversais soldadas. Deverá colocar-se um varão no interior do gancho ou cotovelo.

A amarração deve obedecer à seguinte figura:



Nota: Nos casos c) e d), o recobrimento não deve ser inferior a 3ϕ ou a 50 mm.

Figura 39. Amarração de cintas

3 Folhas de cálculo

No âmbito da minha dissertação foram criadas sete folhas de cálculo com funções distintas, representantes de quatro elementos estruturais comuns fundamentais numa estrutura porticada:

- Vigas;
- Pilares;
- Sapatas simples;
- Sapatas conjuntas.

As folhas foram desenvolvidas de maneira a permitirem um cálculo mais rápido, com menos erros, e mais preciso do que por via manual. Outro dos objectivos das folhas é permitir que haja interacção com o utilizador, que permita a análise e sentido crítico dos resultados, de forma a este escolher a melhor solução, e perceber como funciona o elemento em estudo.

Cada uma das folhas de cálculo divide-se em várias folhas de cálculo. Algumas delas são comuns para as sete folhas, tais como, a folha de:

- Dados;
- Resumos;
- Comparação de resultados
- Anexos com documentos do EC2.
- Quantidade de material

A folha de introdução de dados é comum em todas as folhas. Existem alguns pontos em comuns para as várias folhas de introdução de dados como:

Introdução do nome do trabalho, e pessoa responsável pelo trabalho, a data é automaticamente actualizada.



 Universidade de Aveiro	Nome do Projecto	Projecto estrutural 10	
	Responsavel	Francisco Reis Morais Gonçalves	
Introdução de materiais, dimensões, solicitações, e sistema estrutural			25-11-2008

Figura 40. Ilustração do aspecto e informação contida no topo da folha de cálculo

Introdução das características dos materiais:

- Classe de betão
- Classe aço

Classe betão	C30/35
Coeficiente de fluência	C16/20
Def. retracção livre ($\times 10^6$)	C20/25
	C25/30
	C30/35
	C35/40
	C40/45
	C45/50
	C50/55
Classe aço	A500
	A400
	A500

Figura 41. Representação da escolha da classe de materiais aço e betão

Folha de resumo: para cada elemento o conteúdo desta folha difere, o que elas têm em comum são: nome do responsável, data, nome do trabalho, as classes de material, quantidade de aço, dimensões da secção de betão, quantidade de material para a solução encontrada e o resumo das verificações efectuadas especificamente em cada folha de cálculo.

Folha de comparação de resultados permite guardar os resumos de diferentes soluções.

Anexo: contem documentos relativos ao EC2 dependendo do elemento em estudo, que permitem a melhor compreensão das folhas de cálculo.

A folha de quantidades apresenta o volume de betão e o peso da armadura para a solução encontrada.

Os resultados apresentados visam a optimização de quantidade de material, a possibilidade de análise rápida de resultados para várias soluções.

São de referir também as suas limitações e desvantagens. Apenas é possível o estudo de elementos com secções rectangulares, de secção transversal constante. A classe de betão é limitada a C50/55, são duas as classes de aço possíveis de adoptar A400, e A500. As armaduras longitudinais são paralelas ao eixo longitudinal, e as armaduras transversais são perpendiculares ao eixo longitudinal.

Existem ainda outras limitações particulares de cada uma das folhas, que estão referidas no capítulo respectivo.

As três folhas de cálculo que têm como particularidade a interacção entre as folhas de cálculo e o programa SAP 2000 têm a mesma estrutura das anteriores. A partir de um ficheiro de SAP feito com certas regras e exportado para Excel, permite às folhas de cálculo desenvolvidas retirar valores de dimensões, esforços e tipo de material, para que seja possível o dimensionamento das armaduras e do cálculo das dimensões no caso das fundações.

3.1 Folhas de ligação SAP2000

As folhas de cálculo que permitem a utilização de dados do programa de cálculo SAP2000 diferem das outras no que refere à introdução de dados e ao manual.

3.1.1 Dados

Nas folhas de ligação com as folhas exportadas do programa SAP2000, é necessário introduzir o endereço de directório onde se encontra o ficheiro exportado, exemplo: c:\Documents\Pasta\Export, e o nome do ficheiro exportado exemplo: export1.

É necessário clicar no botão actualizar representado na figura 41, que actualiza os valores necessários para o cálculo do elemento.


	Universidade de Aveiro	Nome do Projecto	Projecto estrutural 10
		Responsavel	Francisco Reis Morais Gonçalves
nome ficheiro exportado:		sapvigas2	
C:\Documents and Settings\Francisco\Ambiente de trabalho\entregalexcel\SAP\export\			
Actualizar			

Figura 42. Representação das células onde é introduzido, o endereço de directório onde se encontra o ficheiro exportado, e o nome do ficheiro exportado

De seguida é necessária a introdução do número do frame (elemento) a estudar, que está definido no ficheiro SAP2000. Assim a folha de cálculo retira da folha exportada uma série de dados necessários para o cálculo do elemento.

Elemento	
frame	241
secção	VIGAS

Figura 43. Representação da célula onde é introduzido o número do frame, neste caso o frame 241 corresponde à secção viga pré definida no Sap.

Há alguns dados que são necessários definir também nestas folhas:

- Coeficiente de fluência;
- Retracção livre;
- Classe do aço;
- Classe de exposição;
- Sistema estrutural da viga.

3.1.2 Manual

Os manuais das folhas de cálculo de ligação com o programa SAP2000 explicam certas regras de como:

- Definir as combinações de acções no programa SAP2000;
- Definir a classe de betão no programa SAP2000;
- Exportar;
- Estabelecer a ligação entre a folha exportada e as folhas desenvolvidas.

Os procedimentos acima descritos são iguais para todas as folhas de cálculo de ligação com o SAP2000 dos distintos elementos.

Os elementos (frames) no SAP2000 devem estar limitados por outros elementos (frames) quer estes estejam ou não na mesma direcção, como representa a figura abaixo:

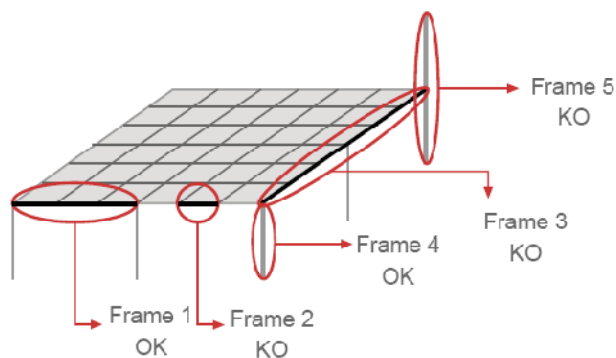


Figura 44. Exemplos de como devem ser delimitados os elementos de uma estrutura no SAP2000

SAP

O material tem de ser definido com a nomenclatura definida no EC2, exemplo C20/25, sendo a classe máxima a C50/55

As combinações de acções também têm regras, os nomes com as definem no SAP2000 são:

- ELU;
- Quasepermanentes;
- Raras;
- Envolvente.

A versão do programa SAP2000 mais adequada será a partir da versão 11, pois esta versão já considera o recobrimento, e esse é um dos valores retirados da folha exportada.

Tabelas a exportar:

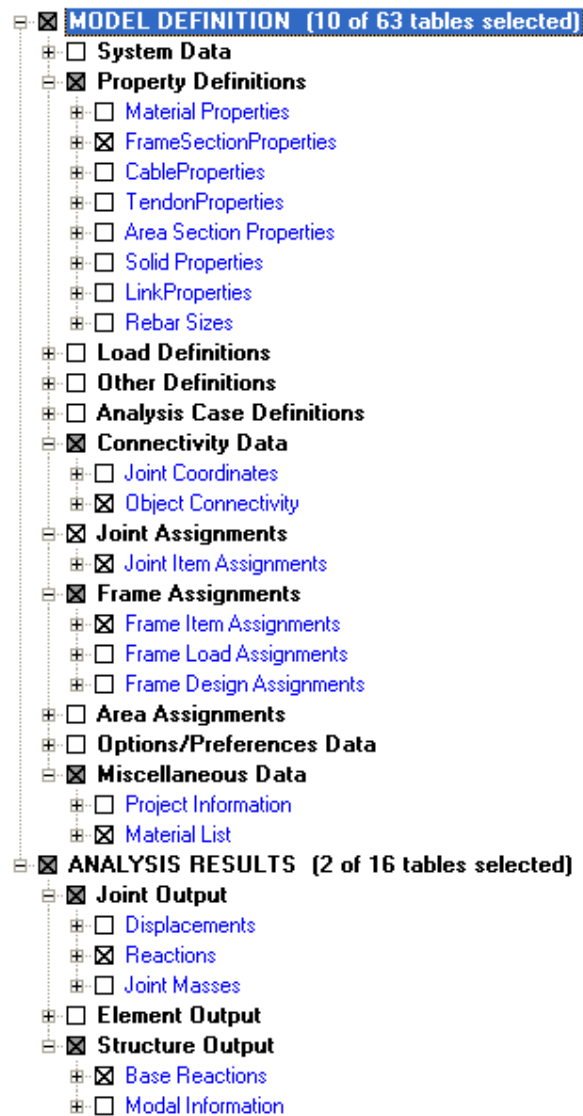


Figura 45. Representação das tabelas a exportar para excel

4 Vigas

4.1 Introdução

As vigas são geralmente elementos horizontais usados em edifícios comuns, no sistema, laje – viga - pilar, e uma das funções deste elemento é transmitir aos pilares os esforços recebidos de lajes, pilares e outras vigas que nela apoiem, em casos gerais esforços verticais. Existem três tipos mais comuns de vigas e são eles:

Viga em consola - este tipo de viga tem um só apoio encastrado, estando a extremidade oposta ao apoio, livre.



Figura 46. Viga em consola.

Vigas simplesmente apoiadas - neste caso a viga tem liberdade de rotação em ambos os apoios, ou seja o momento nos apoios é nulo e máximo algures a meio da viga dependendo do carregamento da mesma.



Figura 47. Viga simplesmente apoiada.

Viga contínua - é uma viga com vários apoios ao longo da mesma, ou seja não tem apoios apenas nas extremidades mas também entre as extremidades.

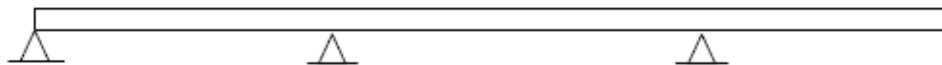


Figura 48. Viga contínua.

Como já referido, sendo as vigas elementos horizontais, estas estão, essencialmente carregadas verticalmente devido as cargas transmitidas por lajes, pilares, ou vigas que nela apoiem. O cálculo é feito considerando que o elemento está sujeito a flexão simples. O esforço axial apenas é considerado para o cálculo do esforço transversal resistente, e para a verificação dos limites de tensão de compressão no betão.

A secção deste elemento é geralmente rectangular com a maior dimensão (h) a paralela ao eixo mais solicitado (y), de maneira a conferir maior inércia nesse eixo.

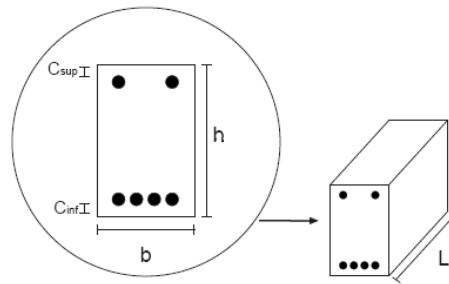


Figura 49. Secção viga.

4.2 Modos de rotura

As expressões para o cálculo da armadura pressupõe que o aço se encontra em fase plástica e o betão em extensão de rotura, ou seja a rotura dá-se no betão e o aço está em máxima tensão, mas por vezes esta situação pode não se verificar se [5]:

- Armadura muitíssimo baixa, a rotura atinge-se por cedência exagerada do aço. O betão nem sequer atinge o máximo da sua tensão.
- Armadura baixa. Rotura igualmente pelo aço. O betão já atinge a máxima tensão embora pudesse ser mais explorado.

Neste caso o elemento apresenta-se fendilhado, com aberturas de fendas elevadas, logo as deformações são grandes, o aço cede entrando no patamar de plasticidade, a viga tem pouca capacidade.

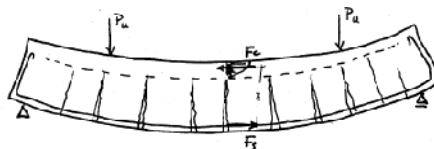


Figura 50. Representação do funcionamento de uma viga pouco armada

- Armadura muito alta. Rotura pelo betão. Há tanto aço que nem sequer se atinge o seu patamar de cedência.

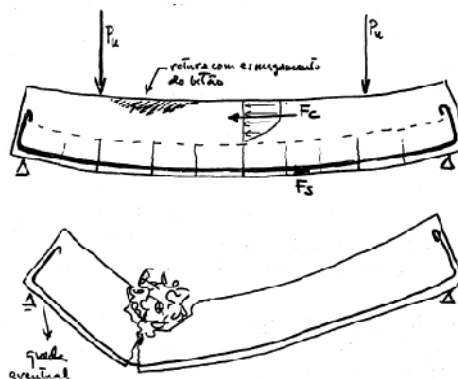


Figura 51. Representação do funcionamento e entrada em colapso de uma viga muito armada.

Neste caso a fendilhação é pouca, logo as deformações são pequenas, o betão comprimido rompe, e dá-se o rápido colapso da estrutura, o aço pode nem entrar em patamar de cedência.

4.3 Redistribuição de momentos

Vantagens redistribuição momentos:

- A transferência de esforços para as áreas com tensões mais baixas;
- Menor taxa de armadura localizada nas áreas de momentos flectores negativos, portanto, tensões reduzidas na região comprimida da secção;
- Maior liberdade no detalhe da armadura.

A redistribuição de momentos numa viga ou laje, é um método de cálculo que tem em consideração a formação de rotulas plásticas nos apoios, e assim sendo permite explorar melhor a capacidade resistente das secções, admitindo cargas mais elevadas, do que as permitidas no cálculo elástico [4].

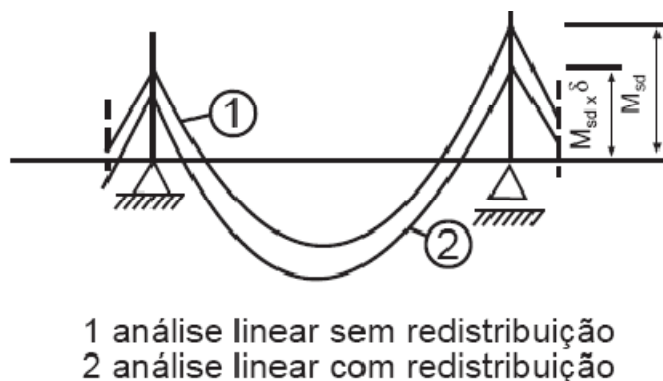


Figura 52. Redistribuição dos momentos flectores num tramo contínuo de viga.

Este método é tomado em conta no dimensionamento da armadura longitudinal, tendo em conta todas as restrições implícitas a este método de cálculo.

A redistribuição dos momentos é feita em relação aos estados limites últimos.

O elemento para o qual é feita a redistribuição deve estar predominantemente sujeito à flexão, e apenas quando a relação entre vãos adjacentes esteja entre 0.5 e 2 [1].

O cálculo da redistribuição implica multiplicar os momentos flectores de cada extremidade por um coeficiente de redistribuição, pelo que o resultado é o momento redistribuído, variando o coeficiente de redistribuição entre 0,7 e 1, o objectivo é reduzir o valor do momento flector nos apoios e a aumentar a meio vão.

A redistribuição pressupõe uma capacidade de rotação da secção de apoio. Pode ser feito este cálculo sem uma verificação explícita da capacidade de rotação desde que [1]:

Para $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$, seguem-se os seguintes passos no cálculo do coeficiente de Redistribuição:

Coeficiente de redistribuição (δ), este coeficiente é multiplicado pelo momento flector do respectivo apoio

$$\delta \geq K_1 + K_2 \times \frac{x}{d} \quad (4.1)$$

Valores dados no respectivo anexo Nacional, $K_1 = 0.44$; $K_2 = 1.25 \times \left(0.6 + \frac{0.0014}{\varepsilon_{cu2}} \right)$

$$0.7 \leq \delta \leq 1$$

$$\frac{x}{d} \leq 0.45$$

x Profundidade do eixo neutro no estado limite último após redistribuição.

d Altura útil da secção.

δ Coeficiente de redistribuição relação entre o momento após distribuição e o momento - flector elástico.

(EC2 - 5.5 Análise linear com redistribuição limitada)

O cálculo da redistribuição é realizado de uma forma iterativa, uma vez que, de início, é desconhecida a posição do eixo neutro após a redistribuição. Os passos são os seguintes:

$$\mu = \frac{M}{bd^2 f_{cd}} \quad (4.2)$$

$$\omega = 0,973 \left(1 - \sqrt{1 - 2,056 \cdot \mu} \right) \quad (4.3)$$

$$\alpha = 1,234\omega \quad (4.4)$$

$$\frac{x}{d} = \alpha \quad (4.5)$$

Calculada a relação x/d , é calculado o coeficiente de redistribuição pela expressão (4.1)

$$M_{redistribuido} = M_{sd} \times \delta \quad (4.6)$$

São novamente feitos estes cálculos, usando agora no cálculo da profundidade do eixo neutro, o valor do momento redistribuído.

Este processo iterativo deve terminar quando houver uma convergência dos valores de δ , na folha de cálculo são feitas três iterações, pois considerou-se que essas seriam suficientes.

4.4 Disposições construtivas segundo EC2:

4.4.1 Armaduras longitudinais

Segundo EC2:

Sendo considerada a necessidade do controlo da fendilhação, é necessária uma quantidade mínima de armaduras aderentes para limitar a fendilhação nas zonas em que se prevejam tensões de tracção, assim sendo a área de armadura mínima, é o máximo de $A_{s,min}$, e $A_{s,min}\sigma_s$ (armadura mínima relativa à limitação de fendilhação):

$$A_{s,min} = \max \left\{ 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} bd; 0,0013 \cdot bd \right\} \quad (4.7)$$

$$A_{s,min} = \frac{k_c k f_{ct,eff} A_{ct}}{\sigma_s} \quad (4.8)$$

Em que:

$A_{s,min}$ Área mínima das armaduras para betão armado na zona traccionada

A_{ct} Área de betão traccionado. A zona de betão traccionado é aquela em que, pelo cálculo da secção, se demonstra que está em tracção imediatamente antes da formação da primeira fenda

σ_s Valor absoluto da tensão máxima admissível na armadura imediatamente depois da formação da fenda. Poderá ser considerada igual à tensão de cedência da armadura, f_{yk} . No entanto, poderá ser necessário adoptar-se um valor mais baixo para satisfazer a largura máxima de fendas em função do diâmetro máximo ou do espaçamento máximo entre varões (ver anexo...)

$f_{ct,eff}$ Valor médio da resistência do betão à tracção à data em que se prevê que se possam formar as primeiras fendas: $f_{ct,eff} = f_{ctm}$ ou inferior, ($f_{ctm}(t)$), se se prever uma fendilhação antes dos 28 dias

k Coeficiente que considera o efeito das tensões não uniformes auto equilibradas, de que resulta uma redução dos esforços de coacção

= 1,0 para almas com $h \leq 300$ mm ou para banzos com larguras inferiores a 300 mm

= 0,65 para almas com $h \geq 800$ mm ou para banzos com larguras superiores a 800 mm

Valores intermédios podem ser obtidos por interpolação

k_c Coeficiente que tem em conta a distribuição de tensões na secção, imediatamente antes da fendilhação e da variação do braço do binário:

Para tracção simples $k_c = 1,0$

Para flexão ou flexão composta com esforços normais:

Para secções rectangulares e para almas de secções em caixão e de secções em T:

$$k_c = 0,4 \left[1 - \frac{\sigma_c}{k_1 \left(\frac{h}{h^*} \right) f_{ct,eff}} \right] \leq 1 \quad (4.9)$$

Em que:

σ_c Tensão média do betão existente na parte da secção considerada:

$$\sigma_c = \frac{N_{Ed}}{bh}$$

N_{Ed} Esforço normal no estado limite de utilização actuando na parte da secção considerada (positivo para um esforço de compressão). N_{Ed} deve ser determinado considerando os valores característicos do pré-esforço e dos esforços normais para a combinação de acções apropriada

h^* $h^* = h$ para $h < 1,0$ m;
 $h^* = 1,0$ m para $h \geq 1$ m.

k_1 Coeficiente que considera os efeitos dos esforços normais na distribuição de tensões:

$k_1 = 1,5$ Se N_{Ed} for um esforço de compressão;

$k_1 = \frac{2h}{3h}$ Se N_{Ed} for um esforço de tracção.

Área de armadura máxima, não deve ser superior a $A_{s,max}$:

$$A_{s,max} = 0,04 A_c \quad (4.10)$$

4.4.2 Armaduras transversais

As armaduras formam um ângulo de 90° com o eixo longitudinal

A taxa de armaduras de esforço transverso (ρ_w) é dada pela expressão:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b \cdot \sin \alpha} \quad (4.11)$$

Não deve ser inferior a $\rho_{w,min}$:

$$\rho_{w,min} \leq \frac{(0,08\sqrt{f_{ck}})}{f_{yk}} \quad (4.12)$$

Em que:

A_{sw} Área das armaduras de esforço transverso existente no comprimento s .

S Espaçamento das armaduras de esforço transverso, medido ao longo do eixo longitudinal do elemento.

α Ângulo formado pelas armaduras de esforço transverso com o eixo longitudinal = 90° , $\sin\alpha=1$.

Espaçamento longitudinal máximo deve ser inferior a $S_{l,Max}$.

$$S_{l,max} = 0,75d(1 + \cot \alpha) \quad (4.13)$$

4.5 Folha de cálculo

4.5.1 Introdução

As folhas de cálculo referentes a este elemento destinam-se a vigas, de secção constante rectangular, com armaduras transversal e longitudinal.

Para o uso das folhas de cálculo, é necessário que o utilizador introduza uma série de dados do elemento a estudar nas células correspondentes.

4.5.2 Descrição das folhas de cálculo

4.5.2.1 Dados

Para além dos dados a introduzir referidos no capítulo folhas de calculo (3), é necessária a introdução dos seguintes dados:

Materiais:

- Coeficiente de fluência do betão;
- Extensão de retracção do betão.

Condições ambientais:

- Classe de exposição.

Materiais

Classe betão	C30/35
Coeficiente de fluência	2
Def. retracção livre (x10 ⁶)	1

Calcular Fluência Calcular Retracção

Classe aço	A500
------------	------

Classe de Exposição

XC4

- X0
- XC1
- XC2
- XC3
- XC4
- XD1
- XD2
- XS1

Figura 53. Ilustração da selecção e introdução de classes e propriedades dos materiais.

A escolha da classe de exposição faz-se a partir da lista referente à respectiva célula, como está representado na figura 52.

É possível introduzir os valores do coeficiente de fluência e da extensão de retracção, ou calculá-los, seleccionando o botão respectivo representado na figura 52, o valor resultante dos cálculos pode ser adoptado ou rejeitado.

Cargas uniformemente distribuídas:

- Cargas permanentes;
- Cargas variáveis.

Dimensões:

- Altura;
- Largura;
- Recobrimentos (superior, inferior, e lateral);
- Vão da viga (distância entre os dois apoios).

Dimensões

b (m)	0.40
h (m)	0.40
Cinf (m)	0.05
Csup (m)	0.05
Clat (m)	0.05
L (m)	5.00

Figura 54. Representação das células de introdução das dimensões do elemento

Esforços:

- Esforço axial na combinação de ELS quase permanente, e para o ELU;
- Momentos flectores de cálculo para as combinações de ELS raras e quase permanentes, e ELU.

Coeficientes de sobre carga ψ_1 , ψ_2 , e ψ_3

Coeficientes ψ sobre carga	
ψ_0	0.9
ψ_1	0.8
ψ_2	0.6

Características estruturais	
Sistema estrutural viga	K
vao interior de uma viga	1.50
simplesmente apoiada	
vao extremo de uma viga continua	
vao interior de uma viga	
consola	

Verificações ELS

Cálculo da Armadura

Redistribuição de Momentos

Resumo

Figura 55. Ilustração da selecção do sistema estrutural da viga, da introdução dos coeficientes de carga, e de atalhos para outras folhas.

Sistema estrutural da viga.

- Simplesmente apoiada;
- Vão extremo de uma viga contínua;
- Vão interior de uma viga;
- Consola.

Nesta folha existem atalhos para outras folhas de cálculo como:

- Cálculo do coeficiente de fluência;
- Cálculo da extensão de retracção;
- Tabelas e documentos úteis do EC2;
- Introdução da armadura;
- Cálculo da armadura;
- Verificações do ELS;
- Resumo;
- Comparação dos resumos, para várias soluções;
- Manual.

Os valores devem ser introduzidos nas células referidas no manual da folha de cálculo.

No caso de serem introduzidos valores incorrectos, ocorre um erro que explica o que está mal e como deve ser corrigido.

4.5.2.2 Redistribuição de momentos

Aqui é possível ver os passos de cálculo, da redistribuição, e analisar os vários diagramas de momentos. Estão tabelados os valores dos momentos flectores para as várias combinações ELU e ELS, das onze secções igualmente espaçadas, em que a viga está dividida.

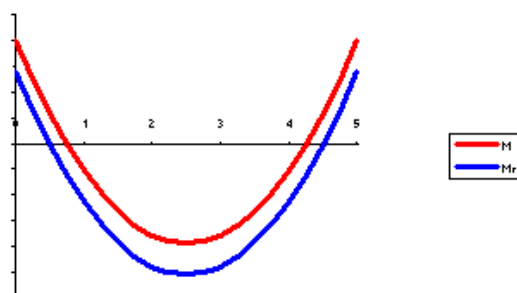


Figura 56. Diagrama de momentos não redistribuídos vs redistribuídos

4.5.2.3 Cálculo da armadura

Armadura Longitudinal:

- É dada a possibilidade ao utilizador de considerar ou não a redistribuição dos momentos flectores para o cálculo da armadura;
- Caso os valores do momento reduzido ultrapassem o valor limite, é calculada a armadura de compressão automaticamente;
- Caso a armadura calculada seja inferior a $A_{s,min}$, a folha considera a armadura igual a $A_{s,min}$;
- Caso a armadura calculada seja superior a $A_{s,max}$, ocorre um erro, que alerta o utilizador que a área da secção de betão tem de ser aumentada.

Calculo da armadura inferior e superior								
nL/10 (0 ... 10)	M (KNm)	μ	ω	As.req (m ²)	As.inf.req (m ²)	As.sup.req (m ²)	VRd.c	T
0	-30.0	0.035971	0.036670	0.00014057	0.0001625	0.0001625	40.8	31.59626
0.7	-10.0	0.012040	0.012118	4.6454E-05	0.0001625	0.0001625	40.8	25.38142
1.4	5.6	0.006670	0.006695	2.56634E-05	0.0001625	0	40.8	19.16659
2.1	16.8	0.020160	0.020378	7.81163E-05	0.0001625	0	40.8	12.95176
2.8	23.7	0.028429	0.028864	0.000110646	0.0001625	0	40.8	6.736925
3.5	26.2	0.031478	0.032012	0.000122713	0.0001625	0	40.8	0.522092
4.2	24.4	0.029306	0.029769	0.000114113	0.0001625	0	40.8	-5.69274
4.9	18.3	0.021914	0.022172	8.49928E-05	0.0001625	0	40.8	-11.9076
5.6	7.8	0.009301	0.009349	3.58365E-05	0.0001625	0	40.8	-18.1224
6.3	-7.1	0.008532	0.008571	3.28571E-05	0.0001625	0.0001625	40.8	-24.3372
7	-26.3	0.031585	0.032123	0.000123138	0.0001625	0.0001625	40.8	-30.5521
3.558805232	26.2	0.0	0.032031	0.000122786	0.0001625	0	40.8	0

Momentos não redistribuídos

Usar Redistribuição

Mmax

Figura 57. Representação do cálculo das armaduras longitudinais, e dos botões caso se pretenda usar ou não a redistribuição de momentos.

Armadura de compressão, $\mu > \mu_{lim}$				
nL/10 (0...10)	Msd $\mu=0.3$	Msd ($\mu=0.3$), MN	A (m ²) sup e inf	
0	nnac	nnac	nnac	nnac
0.7	nnac	nnac	nnac	nnac
1.4	nnac	nnac	nnac	nnac
2.1	nnac	nnac	nnac	nnac
2.8	nnac	nnac	nnac	nnac
3.5	nnac	nnac	nnac	nnac
4.2	nnac	nnac	nnac	nnac
4.9	nnac	nnac	nnac	nnac
5.6	nnac	nnac	nnac	nnac
6.3	nnac	nnac	nnac	nnac
7	nnac	nnac	nnac	nnac
3 558805232	nnac	nnac	nnac	nnac

nnac-não
necessita de
armadura de
compressão

Figura 58. Representação das células de cálculo de armadura de compressão

Armadura de esforço transverso:

- Se $V_{Rd,c} > V_{Ed}$, usar armadura mínima;
- Se não verificar a primeira condição, considerando a armadura de esforço transverso mínima para cada secção, se o mínimo ($V_{Rd,Max}$; $V_{Rd,s}$) $> V_{Ed}$, então a armadura apresentada é a mínima;
- Caso a condição anterior não se verifique, é calculada a armadura para que a condição seja garantida.

4.5.2.4 Introdução das armaduras

Aqui é dado ao utilizador o valor mínimo de armadura longitudinal e transversal a utilizar segundo o cálculo da folha anterior. O valor mínimo da armadura longitudinal é dado nº de varões de um determinado diâmetro (ex: 4Ø12), correspondente à mais próxima área de armadura acima da calculada.

A escolha da armadura faz-se para cada uma das onze secções individualmente, indicando o número de varões de um determinado diâmetro.

A armadura de esforço transverso, é introduzida escolhendo a combinação já pré definida espaçamento entre as armaduras e o diâmetro exemplo Ø8//.25.

secção	As req	Ø	nº	As	As prov inf	As min	Assreq	Ø	nº	As	As prov sup	As max	As req	Armadura	
0.00	1Ø16	16	2	4.02	2Ø16	ok	1Ø16	8	2	1.01	2Ø8	ok	armadura mínima	Ø8// 20	ok
0.61	1Ø16	16	2	4.02	2Ø16	ok	armadura mínima	8	2	1.01	2Ø8	ok	armadura mínima	Ø8// 25	ok
1.22	1Ø16	16	2	4.02	2Ø16	ok	armadura mínima	8	2	1.01	2Ø8	ok	armadura mínima	Ø8// 25	ok
1.83	1Ø16	16	2	4.02	2Ø16	ok	armadura mínima	8	2	1.01	2Ø8	ok	armadura mínima	Ø8// 25	ok
2.44	1Ø16	16	2	4.02	2Ø16	ok	armadura mínima	8	2	1.01	2Ø8	ok	armadura mínima	Ø8// 20	ok
3.05	1Ø16	16	2	4.02	2Ø16	ok	armadura mínima	8	2	1.01	2Ø8	ok	armadura mínima	Ø8// 15	ok
3.66	1Ø16	16	2	4.02	2Ø16	ok	armadura mínima	8	2	1.01	2Ø8	ok	armadura mínima	Ø8// 10	ok
4.27	1Ø16	16	2	4.02	2Ø16	ok	armadura mínima	8	2	1.01	2Ø8	ok	armadura mínima	Ø10// 25	ok
4.88	1Ø16	16	2	4.02	2Ø16	ok	armadura mínima	8	2	1.01	2Ø8	ok	armadura mínima	Ø10// 20	ok
5.49	1Ø16	16	2	4.02	2Ø16	ok	armadura mínima	8	2	1.01	2Ø8	ok	armadura mínima	Ø10// 15	ok
6.10	1Ø16	16	2	4.02	2Ø16	ok	1Ø16	8	2	1.01	2Ø8	ok	armadura mínima	Ø10// 10	ok

Figura 59. Representação da escolha da armadura de esforço transverso, e verificação do esforço transverso.

Caso os valores limites das armaduras de esforço transverso não sejam cumpridos, o utilizador é alertado.

4.5.2.5 Verificações

Verificações dos estados limites de serviço:

- Tensão no aço e betão
- Deformada
- Fendilhação

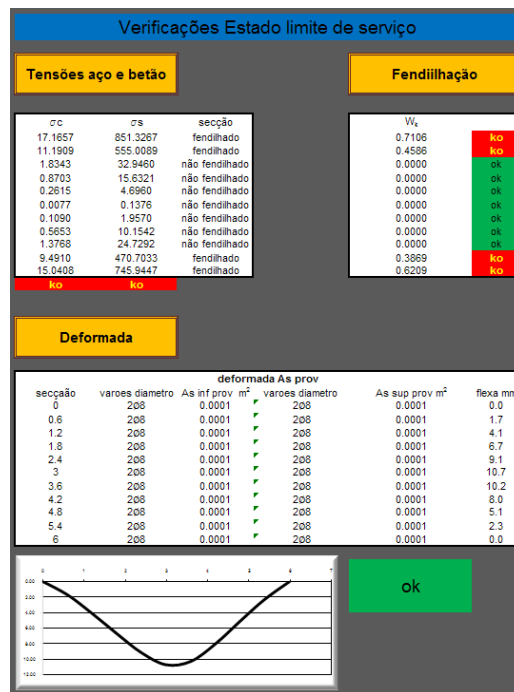


Figura 60. Ilustração das verificações relativas ao estado limite de serviço

Verificações disposições construtivas:

- Agrupamento de varões, tendo em conta espaçamento mínimo

Espaçamento							
secção	Armadura	1a1	verificação	2a2	verificação	3a3	verificação
0	4ø8	0.2320	ok	0.1699	ok	-----	-----
0.61	2ø16	0.1840	ok	0.1386	ok	-----	-----
1.22	2ø16	0.1840	ok	0.1386	ok	-----	-----
1.83	2ø16	0.1840	ok	0.1386	ok	-----	-----
2.44	2ø16	0.1840	ok	0.1386	ok	-----	-----
3.05	2ø16	0.1840	ok	0.1386	ok	-----	-----
3.66	2ø16	0.1840	ok	0.1386	ok	-----	-----
4.27	2ø16	0.1840	ok	0.1386	ok	-----	-----
4.88	2ø16	0.1840	ok	0.1386	ok	-----	-----
5.49	2ø16	0.1840	ok	0.1386	ok	-----	-----
6.1	2ø16	0.1840	ok	0.1386	ok	-----	-----

Figura 61. Representação da verificação ao espaçamento mínimo entre armaduras, tendo em conta agrupamentos de varões

4.5.2.6 Cálculo do coeficiente fluência & Cálculo da extensão de retracção

Existe uma folha distinta para cada um dos cálculos.

Em cada uma das folhas existem dois botões, um para considerar o valor calculado, outro para ignorar esse valor, podendo o utilizador introduzir o valor desejado.

RH%

75

t_i

28

esquema

u (m)

g

1

tipo de cimento

R

$\phi(t-t_0)=$

1.419005

Considerar este valor para o coeficiente de fluência

Não Considerar este valor para o coeficiente de fluência

Parte do perímetro do elemento em contacto com o ambiente	
a	0.5
b	0.25
c	1
d	0.5
e	0.75
f	1.25
g	1
h	1.5
outro	

Figura 62. Representação da folha de cálculo do coeficiente de fluência

- Humidade relativa do meio ambiente
- Idade do betão, em dias, à data do carregamento
- Tipo de cimento
- Parte do perímetro do elemento em contacto com o ambiente, este valor é escolhido indicando o esquema que corresponde às faces do elemento em contacto com o ambiente figura 61, ou seleccionando a opção “outro” na lista indicada na mesma figura, e introduzindo o valor pretendido na célula correspondente.

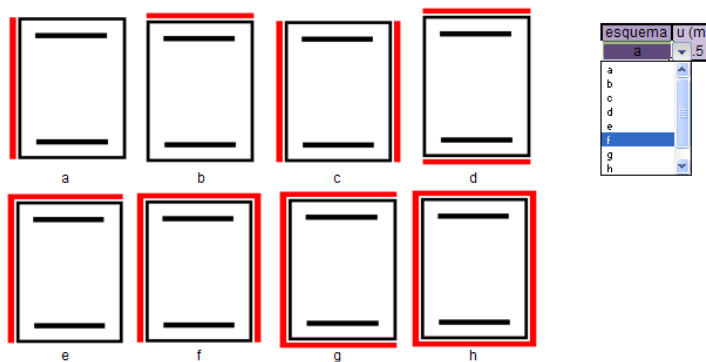


Figura 63. Representação das possibilidades de perímetros do elemento em contacto com o ambiente, e sua selecção

Para correcção da idade do betão em função da temperatura, é necessário introduzir os seguintes valores:

$T(\Delta t_i)$ Temperatura em °C durante o intervalo de tempo de Δt_i

Δt_i Número de dias em que se mantém a temperatura T

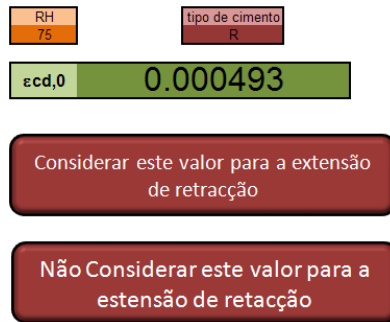


Figura 64. Representação da folha de cálculo da extensão de retração.

4.5.2.7 EC2

Aqui estão presentes algumas tabelas do EC2, que podem ser úteis para consulta, como:

- Classes de resistência do betão;
- Classes de exposição;
- Recobrimentos mínimo;
- Diâmetros máximos dos varões para controlo da fendilhação;
- Valores básicos da relação vão/altura útil para elementos de betão armado esforço normal de compressão.

4.5.2.8 Resumo

Esta folha surge da necessidade de criar uma folha, em que toda a informação esteja junta de uma forma sucinta.

O resumo apresenta os seguintes dados:

- Nome do projecto
- Responsável
- Data
- Materiais usados
- Dimensões do elemento
- Classe de exposição
- Sistema estrutural
- A consideração ou não da redistribuição de momentos
- Armaduras longitudinais e transversais usadas
- Verificações estados limites de serviço.
- Verificações do espaçamento mínimo

4.5.2.9 Comparação de resultados

Esta folha serve para que seja possível a comparação de várias soluções. Aqui estão presentes os resumos de várias soluções. Para ir guardando os vários resumos existem

na folha dos resumos vários botões que clicando vão guardando ordenadamente os vários resumos para as várias soluções.

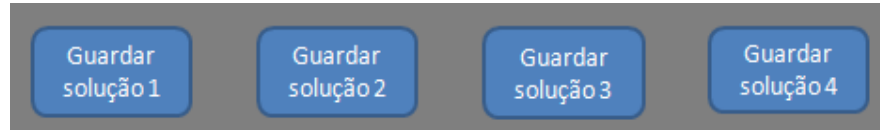


Figura 65. Representação dos botões acima descritos

4.5.2.10 Manual

Explica:

- Onde e como introduzir valores;
- Como seleccionar dados do problema, exemplo: classe betão, classe aço...
- Escolha da armadura
- Botões de atalho
- Imprimir Resumo
- Comparar Resumos

4.5.2.11 Anexos

Folha oculta onde está grande parte dos cálculos, e toda a base de dados.

5 Pilares

Neste capítulo serão abordados os princípios de cálculo baseados na elaboração da folha desenvolvida.

5.1 Introdução

Os pilares são elementos, estruturais, geralmente de eixo recto, e vertical de uma estrutura comum. São responsáveis pela transmissão das cargas provenientes da estrutura até à fundação.

As secções mais utilizadas em pilares são quadradas, circulares, rectangulares e secções constituídas por associação de elementos rectangulares que formam secções em T, L ou I, as folhas de cálculo apenas estão preparadas para secções rectangulares.

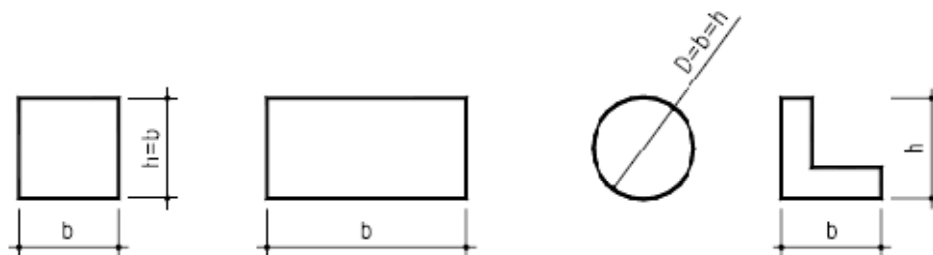


Figura 66. Secções mais correntes em pilares

As armaduras dos pilares são constituídas por armaduras longitudinais e armaduras transversais (cintas) conforme ilustrado na Figura.

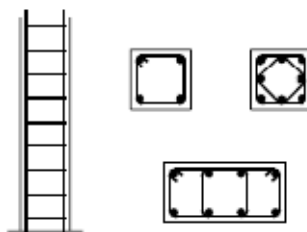


Figura 67. Ilustração de diferentes tipos de armaduras em pilares

As armaduras longitudinais constituem a armadura principal e têm como função absorver esforços de compressão (em conjunto com o betão), mas a sua principal função é resistir a esforços de tracção.

As cintas constituem a armadura transversal e têm como principal função evitar a encurvadura das armaduras longitudinais e contribuir para a resistência ao esforço transverso.

Este elemento está predominantemente sujeito a esforço axial, mas para além deste esforço, e devido ao apoio de elementos horizontais (vigas, lajes, figura 67) solidários com os pilares, forças horizontais, e efeitos de segunda ordem, leva a existência de forças excêntricas, que provocam, flexão, esforço transverso e momento torsor. Quer o esforço transverso, quer o momento torsor, em casos usuais são relativamente pequenos, podendo ser desprezados.

O estudo deste elemento, dependendo dos esforços a que está sujeito, pode ser segundo:

- Compressão simples - neste caso apenas o esforço de compressão é considerado, pois não existem momentos flectores, ou estes não apresentam valores justificativos de ser considerados.
- Flexão composta - são dois os esforços considerados, esforço axial e momento flector que actua no plano vertical coincidente com a direcção de um dos eixos principais de inércia.
- Flexão composta desviada - são dois os esforços considerados, esforço axial e momento flector que actua no plano vertical não coincidente com nenhuma das direcções dos eixos principais de inércia, ou esforço axial e dois momentos flectores, cada um coincidente com um dos eixos principais de inércia.

Considerar que o pilar está sujeito a compressão simples, é raro, só em casos em que o carregamento do elemento seja completamente simétrico, e os limites de esbelteza e de carga vertical não sejam ultrapassados.

Contudo nos casos em que tal se possa admitir a verificação da segurança pode ser feita através da seguinte expressão:

$$N_{Rd} = f_{cd}A_c + f_{yd}A_s \quad (5.1)$$

Esta expressão é muito útil em situações de pré-dimensionamento impondo-se uma percentagem de armadura ρ , por exemplo por critérios de economia (é usual utilizar-se um valor de $\rho = 0.01$), obtendo-se então a área de betão em função do esforço actuante:

$$A_c = \frac{(f_{cd} + \rho f_{yd})}{N_{Sd}} \quad (5.2)$$

O mais usual é depararmos com estes elementos sujeitos a flexão composta, ou flexão composta desviada, pois existe sempre alguma imperfeição nas construções, alguma

excentricidade das cargas, ou até uma deformação do elemento, que leva a efeitos de segunda ordem e consequentemente à existência de flexão.

O problema da flexão composta pode ser resolvido muito mais rapidamente com o auxílio de um programa, do que através do auxílio de ábacos, que levariam muito mais tempo. Com o auxílio do programa é desenhado o ábaco para o pilar específico com uma determinada secção, determinada quantidade de armadura e tipo de materiais, e para o esforço axial actuante é retirado o momento resistente máximo, de maneira a verificar se o momento máximo resistente é menor que o actuante. Para um mesmo carregamento existem diversas configurações de armaduras possíveis, e recorrendo ao programa é possível compará-las, em pouco tempo e escolher a melhor.

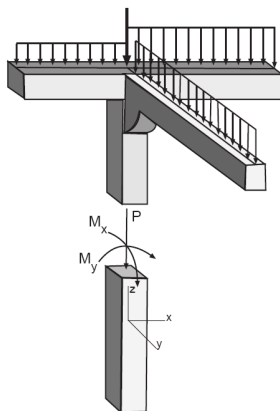


Figura 68. Cargas aplicadas nos pilares por vigas, e lajes.

5.2 Esbelteza

O coeficiente de esbelteza é a relação entre o comprimento efectivo (l_0) e o raio de giração da secção não fendilhada (i).

$$\lambda = \frac{l_0}{i} \quad (5.1)$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}}, \quad i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad (5.2)$$

O momento de inércia da secção deve ser segundo o eixo perpendicular ao plano de encurvadura.

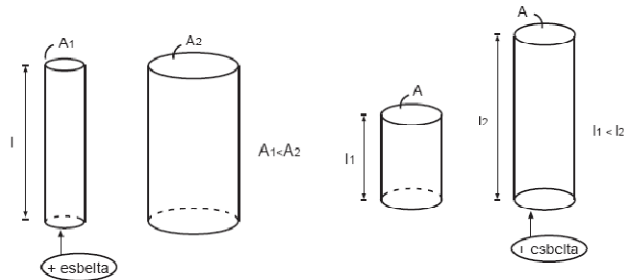


Figura 69. Esbelteza de um elemento

Influência da esbelteza no comportamento do elemento em estudo [6]:

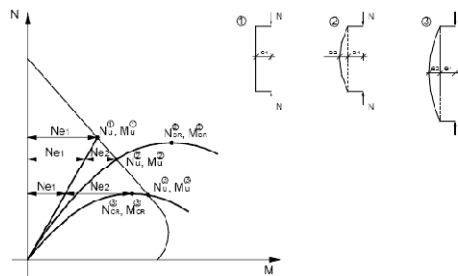


Figura 70. Modos de rotura tendo em conta a esbelteza do elemento.

Caso a peça, apresente um valor de esbelteza baixo, então esta não sofre de encurvadura, os efeitos de segunda ordem não são considerados, estamos então na situação 1, para esta situação o par M, N é maior:

- Relação $N - M$ para $e_2 = 0$; (análise de 1ª ordem) $M_u/N_u = e_1$

Para elementos com uma esbelteza considerável, onde a encurvadura já se manifesta, é necessário considerar os efeitos de segunda ordem, situação 2:

- Relação $N - M$ para $e_2 \neq 0$ (elemento pouco esbelto) ► rotura da secção

Para valores de esbelteza elevados, os efeitos de segunda ordem são também considerados no estudo do elemento. Neste caso existe um problema acrescido que é o da instabilidade:

- Relação $N - M$ para $e_2 \neq 0$ (elemento muito esbelto) ► rotura por instabilidade.

5.3 Comprimento efectivo de elementos isolados

Comprimento efectivo ou comprimento de encurvadura é o comprimento usado para traduzir a forma da deformada, ou seja, o comprimento de um pilar sob a acção de um esforço normal constante, com a mesma secção transversal e a mesma carga de encurvadura do elemento considerado.

O cálculo do comprimento efectivo (l_0), em elementos comprimidos de pórticos regulares, é feito da seguinte forma [1]:

- Elementos contraventados

$$l_0 = 0,5l \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{k_1}{0,45 + k_1}\right) \left(1 + \frac{k_2}{0,45 + k_2}\right)} \quad (5.3)$$

- Elementos não contraventados

$$l_0 = l \cdot \max \left[\sqrt{1 + 10 \cdot \frac{k_1 \cdot k_2}{k_1 + k_2}}; \left(1 + \frac{k_1}{1 + k_1}\right) \cdot \left(1 + \frac{k_2}{1 + k_2}\right) \right] \quad (5.4)$$

Em que:

K_1 Flexibilidade relativa dos encastramentos parciais da extremidade 1

K_2 Flexibilidade relativa dos encastramentos parciais da extremidade 2

$$K_1, K_2 = \frac{\sum (RigidezPilares)}{\sum (RigidezVigas)}$$

θ Rotação dos elementos que se opõem à rotação para o momento

EI / ℓ Rigidez de flexão dos elementos pilar, e vigas, que concorre(m) no nó, caso sejam dois elementos concorrentes (a e b) o cálculo é o seguinte $(EI/I)_a + (EI/I)_b$.

Nó encastrado $K=0,1$

Nó articulado $K=10$

Nó concorrente k_1, k_2

Cálculo rigidez:

Elementos encastrados $=EI/L$

Elementos com apoio simples $=0,75EI/L$

Consolas $=0$

5.4 Efeitos de segunda ordem

Em elementos sujeitos apenas à flexão, os esforços são em geral, considerados para a estrutura não deformada (Teoria de 1ª ordem), esta teoria não deve ser aplicada a elementos, em que as deformações tenham efeito importante nos esforços solicitantes (ex: pilares esbeltos).

Exemplos:

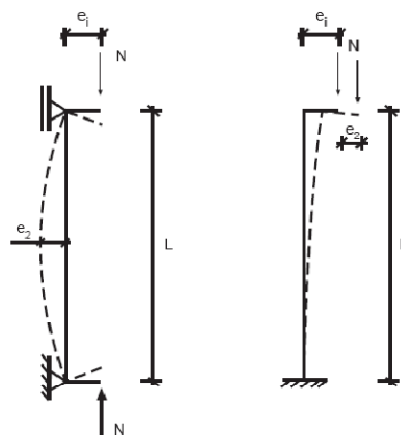


Figura 71. Influência das deformações no cálculo dos elementos

Teoria de 1ª ordem: $M = N \cdot e$ (5.5)

Teoria de 2ª ordem: $M = N(e + v) \leftrightarrow M = N \cdot e + N \cdot v$ (5.6)

Em que:

$N \cdot e$ -Momento de 1ª ordem

$N \cdot v$ -Momento de 2ª ordem

Na teoria de segunda ordem, o equilíbrio deve ser verificado, para a estrutura deformada.

Os efeitos de segunda ordem baseiam-se numa excentricidade, devida à deformação do elemento, que multiplicada pelo esforço axial gera um momento flector de segunda ordem.

Para a análise dos efeitos de segunda ordem na presença de esforço normal é necessário ter em conta vários factores:

- Classificação dos elementos
- Excentricidades
- Verificação da necessidade de considerações de efeitos de 2ª ordem
- Método para quantificação dos efeitos de 2ª ordem

5.4.1 Classificação dos elementos

Consoante a existência de contraventamento:

- Elementos contraventados
- Elementos não contraventados

Contraventamento é uma estrutura auxiliar, capaz de resistir a solicitações esporádicas, a sua principal função é aumentar a rigidez do edifício, permitindo ao edifício resistir a forças horizontais.

A classificação do elemento, quanto ao seu contraventamento numa dada direcção, é necessária para o cálculo do comprimento efectivo

Caso o contraventamento exista é necessário conhecer o número de elementos de contraventamento e suas dimensões.

5.5 Excentricidades

Como já foi referido em 2.3.2, a flexão composta (N, M), e a flexão composta desviada (N, M_x, M_y), podem ser interpretados como um esforço de compressão com uma certa excentricidade relativamente a um ou aos dois eixos, dependendo do caso.

Podemos dividir as excentricidades em dois grupos: excentricidades de 1ª ordem e de 2ª ordem.

5.5.1 1ª Ordem

As excentricidades de 1ª ordem são aquelas que se obtêm considerando a estrutura não deformada, ou seja, são as devidas a cargas aplicadas e imperfeições geométricas da estrutura, que multiplicadas pelo esforço axial resultam em momentos de primeira ordem

5.5.1.1 Cargas aplicadas

Os momentos provocados por forças verticais excêntricas, como o apoio de elementos solidários horizontais, vigas ou lajes.

5.5.1.2 Imperfeições geométricas

As inevitáveis imperfeições geométricas da estrutura e desvios na posição das cargas, podem influenciar significativamente o seu comportamento de estabilidade, e devem ser consideradas na análise de elementos, e de estruturas como efeitos desfavoráveis.

As imperfeições geométricas das secções longitudinais, ao contrário das imperfeições transversais, não são consideradas nos coeficientes dos materiais. Para secções com armaduras simétricas sujeitas a um esforço de compressão, deve considerar-se uma excentricidade mínima para o cálculo em secções transversais é h/30 se este valor maior que 20 mm em que h é a altura da secção [1].

As imperfeições são representadas por uma inclinação θ_i dada por:

$$\theta_i = \theta_0 \times \alpha_n \times \alpha_m \quad (5.7)$$

θ_0 Valor básico, este valor é dado no respectivo anexo nacional o adoptado foi 1/200;

α_n Coeficiente de redução relativo ao comprimento ou à altura, $= \frac{2}{\sqrt{l}}$

α_m Coeficiente de redução relativo ao número de elementos, $= \sqrt{0,5 \left(1 + \frac{1}{m} \right)}$

l Comprimento ou altura (m)

m Numero de elementos verticais que contribuem para o efeito total

Tendo em conta o efeito considerado, tem-se as seguintes definições de l e m :

Efeito num elemento isolado: l = comprimento real do elemento, $m = 1$.

Efeito num sistema de contraventamento: l = altura do edifício, m = numero de elementos verticais que transmitem a força horizontal ao sistema de contraventamento.

Efeito nos pavimentos de contraventamento ou nos diafragmas de coberturas que distribuem as cargas horizontais: l = altura do piso, m = numero de elementos verticais no(s) piso(s) que transmitem a força a força horizontal total aplicada ao pavimento.

Existem duas formas de considerar o efeito das imperfeições em elementos isolados:

- Como uma excentricidade;
- Como uma força transversal, na posição que produz momento máximo.

A considerada é, segundo a excentricidade:

$$e_i = \max \left\{ \frac{\theta_i \times l_0}{2}; \frac{h}{30}; 20mm \right\} \quad (5.8)$$

l_0 Comprimento efectivo

θ_i Inclinação calculada em (11.1)

Para pilares isolados em estruturas contraventadas ($e_i = l_0 / 400$) pode ser sempre utilizado como simplificação, correspondente a $\alpha_n = 1$.

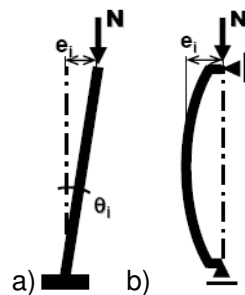


Figura 72. a) Elementos não contraventados, b) Elementos contraventados

5.5.2 2ª Ordem

A excentricidade de 2ª ordem, referida no EC2, é causada pela encurvadura do pilar devido aos momentos de primeira ordem. Os efeitos de segunda ordem são os efeitos do esforço axial na excentricidade causada pelos momentos de primeira ordem.

A encurvadura resulta da condição de estabilidade do elemento e este problema surge, quando existem esforços de compressão no elemento. No caso da tracção, o material só pode realizar trabalho quando o material se deforma ou rompe, para as forças de compressão existe uma terceira possibilidade, que consiste em que o material se afaste lateralmente em relação à direcção de actuação do esforço de compressão, o que leva à instabilidade da peça, que se designa por encurvadura. A encurvadura verifica-se por flexão de toda a peça e não através de uma deformação localizada num ponto,

5.5.2.1 Excentricidade encurvadura:

A encurvadura é um fenómeno de instabilidade que se caracteriza pela ocorrência de deformações transversais ao plano em que actuam as acções, que se verifica nos elementos lineares, quando comprimidos axialmente a partir de um certo valor crítico ($F_{v,lim}$).

O esforço axial aplicado, com a excentricidade devida à encurvadura do elemento, gera o momento nominal de segunda ordem M_2 ,

A excentricidade e_2 , segue os seguintes passos [1]:

$$e_2 = \left(\frac{1}{r} \right) \frac{l_0^2}{c} \quad (5.9)$$

$1/r$ Curvatura

l_0 Comprimento efectivo

c Coeficiente dependente da distribuição da curvatura, o valor usado no cálculo é 10, pois considera-se a secção transversal constante.

Considerando a secção transversal constante e simétrica, (incluindo armaduras) o cálculo da curvatura tem o valor:

$$\frac{1}{r} = K_r \times K_\phi \times \frac{1}{r_0} \quad (5.10)$$

Em que:

K_r Factor de correcção dependente do esforço normal

K_ϕ Coeficiente que tem em conta a fluência

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{(0,45 \times d)}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s}$$

d Altura útil

Factor de correcção dependente do esforço normal segue o seguinte cálculo:

$$K_r = \frac{(n_u - n)}{(n_u - n_{bal})} \leq 1 \quad (5.11)$$

$$n = \frac{N_{Ed}}{(A_c \times f_c)}$$

N_{Ed} Valor de cálculo do esforço normal

$$n_u = 1 + \omega$$

$$n_{bal} = 0,4$$

$$\omega = \frac{A_s \times f_{yd}}{(A_c \times f_{cd})}$$

A_s Área total da secção das armaduras

A_c Área da secção transversal de betão

Efeito de Fluência

O efeito da fluência, deve ser tido em conta, na análise de 2ª ordem, através do coeficiente:

$$K_\varphi = 1 + \beta \cdot \varphi_{ef} \geq 1 \quad (5.12)$$

Em que:

φ_{ef} Coeficiente de fluência efectivo

$$\beta = \frac{0,35 + f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150}, \text{ } f_{ck} \text{ em MPa}$$

λ -Coeficiente de esbelteza

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \cdot \frac{M_{0Eqp}}{M_{0Ed}} \quad (5.13)$$

M_{0Eqp} Momento para combinações quase permanentes

M_{0Ed} Momento para estados limites últimos

$\varphi(\infty, t_0)$ Coeficiente final de fluência

No caso de se verificarem simultaneamente as três condições abaixo, o coeficiente de fluência pode ser desprezado:

$$\varphi(\infty, t_0) \leq 2; \lambda \leq 75; M_{0Ed} \geq N_{Ed} \cdot h$$

Em que:

h Altura da secção transversal na direcção correspondente (b_x ou b_y dependendo da direcção).

5.6 Avaliação da necessidade de consideração dos efeitos de 2ª ordem

Segundo o EC2 a consideração dos efeitos de 2ª ordem, são ignorados, se:

Critério está definido pelo EC2 para elementos isolados.

A esbelteza (λ) for inferior a esbelteza limite (λ_{lim}).

O valor de λ_{lim} adoptado, é o recomendado pelo EC2.

$$\lambda_{lim} = \frac{20 \times A \times B \times C}{\sqrt{n}} \quad (5.14)$$

Em que:

$$A = \frac{1}{1 + 0,2 \cdot \varphi_{ef}}$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega}$$

$$C = 1,7 - r_m$$

$$n \quad \text{Esforço normal reduzido} = \frac{N_{Ed}}{A_c \cdot f_{cd}}$$

No caso de os momentos nas extremidades, M_{01} e M_{02} , produzirem tracção na mesma face do elemento, r_m é considerado positivo ($c \leq 1,7$), caso contrário deve ser considerado negativo ($c > 1,7$)

Considera-se $r_m = 1$ para:

- Elementos contraventados nos quais os momentos de primeira ordem resultam apenas ou predominantemente de imperfeições ou de acções transversais;
- Elementos não contraventados em geral.

Critério para a verificação global da estrutura:

A carga vertical total (N_{Ed}) for inferior a $F_{v,lim}$

$$F_{V,Ed} \leq K_1 \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{\sum E_{cd} I_c}{L^2} \quad (5.15)$$

Em que:

$F_{V,Ed}$ Carga vertical total

n_s Numero de pisos

L Altura total do edifício acima do nível de encastramento

E_{cd} Valor de cálculo do módulo de elasticidade do betão

I_c Momento de inércia (secção do betão não fendilhada) do(s) elemento(s) de contraventamento

K_1 Valor recomendado pelo anexo nacional, o usado foi 0,31

Para o cálculo da carga vertical limite, é necessário conhecer alguns pormenores da estrutura, assim como, altura do edifício, número de andares, dimensões de elementos adjacentes ao elemento em estudo.

A altura do edifício é medida a partir do nível de encastramento.

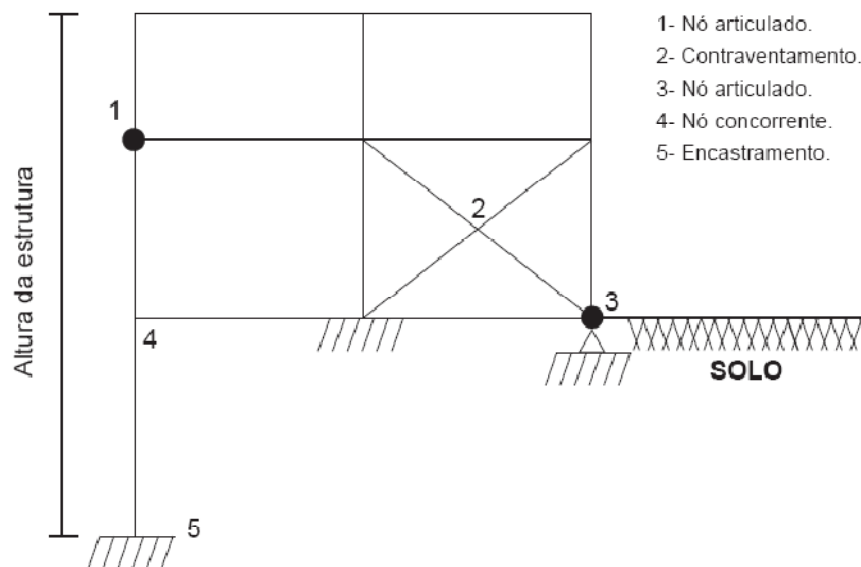


Figura 73. Características da estrutura.

5.7 Métodos para a quantificação dos efeitos de 2ª ordem

Os métodos de análise incluem um método geral, baseado numa análise não linear de segunda ordem, e dois métodos simplificados:

- Método baseado numa rigidez nominal;
- Método baseado numa curvatura nominal.

A escolha de um ou de outro método simplificado, é feita no respectivo anexo Nacional, a usada neste caso foi o método baseado numa curvatura nominal. Este método é recomendado para elementos isolados sujeitos a uma força normal constante e com um comprimento efectivo definido l_0 , no entanto também pode ser utilizado para a totalidade da estrutura, se houver hipóteses realistas sobre a distribuição das curvaturas.

Este método permite calcular um momento nominal de segunda ordem baseado num deslocamento, o qual por sua vez, se baseia no l_0 e numa curvatura máxima estimada.

O momento de cálculo resultante é utilizado para o cálculo de secções transversais em relação ao momento flector e ao esforço axial.

Momento de cálculo:

$$M_{Ed} = \text{máximo}(M_{0e} + M_2 + M_a; M_{02} + M_a) \quad (5.16)$$

Momento de extremidade de primeira ordem equivalente M_{0e} :

$$M_{0e} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02} \quad (5.17)$$

Em que:

M_{02} Maior dos módulos dos momentos de primeira ordem de ambas as extremidades, $|M_{02}| \geq |M_{01}|$, M_{01} e M_{02} devem ter sinais iguais se produzirem tracção na mesma face, e sinais opostos no caso contrário.

Momento nominal de segunda ordem M_2

$$M_2 = N_{Ed} \times e_2 \quad (5.18)$$

Em que:

N_{Ed} Valor de cálculo do esforço normal;

e_2 Excentricidade devido à encurvadura (11.4).

Momento devido às imperfeições geométricas:

$$M_a = N_{Ed} \times e_i \quad (5.19)$$

e_i Excentricidade devido às imperfeições geométricas (11.2)

5.8 Interação de momentos

No cálculo dos pilares sujeitos à flexão composta desviada o método utilizado, consiste em dividir a flexão composta desviada em duas compostas, e verificar se é necessário a interação de momentos.

Ou seja o cálculo é feito individualmente numa e noutra direcção, apenas tendo em conta o momento nessa mesma direcção ($N_{Ed}+M_{Edx}$, na direcção x, e $N_{Ed}+M_{Edy}$, na direcção y), e se necessário é verificada a interacção dos momentos flectores Essa verificação não é necessária se:

Os coeficientes de esbelteza satisfizerem as duas condições seguintes:

$$\lambda_x / \lambda_y \leq 2 \text{ e } \lambda_y / \lambda_x \leq 2 \quad (5.20)$$

E se as excentricidades relativas, e_y/h e e_z/b , satisfizerem uma das seguintes condições:

$$\frac{e_x / b_x}{e_y / b_y} \leq 0,2 \text{ ou } \frac{e_y / b_y}{e_x / b_x} \leq 0,2 \quad (5.21)$$

Em que:

b_x, b_y - Dimensões da secção;

$$b_{xeq} = i_y \times \sqrt{12};$$

$$b_{yeq} = i_x \times \sqrt{12};$$

λ_y, λ_z Coeficiente de esbelteza l_0/i em relação aos eixos y e z, respectivamente;

i_y, i_z Raios de giração em relação aos eixos y e z, respectivamente;

e_x = M_{edy}/N_{Ed} ; excentricidade na direcção do eixo z;

e_y = M_{edx}/N_{Ed} ; excentricidade na direcção do eixo y;

M_{Edx} Momento de cálculo em relação ao eixo x, incluindo o momento de segunda ordem;

M_{Edy} Momento de cálculo em relação ao eixo y, incluindo o momento de segunda ordem;

N_{Ed} Valor de cálculo do esforço normal na respectiva combinação de cargas.

Senão forem satisfeitas as condições das expressões (5.20) e (5.21), é necessária a verificação da interacção dos momentos pelo seguinte critério:

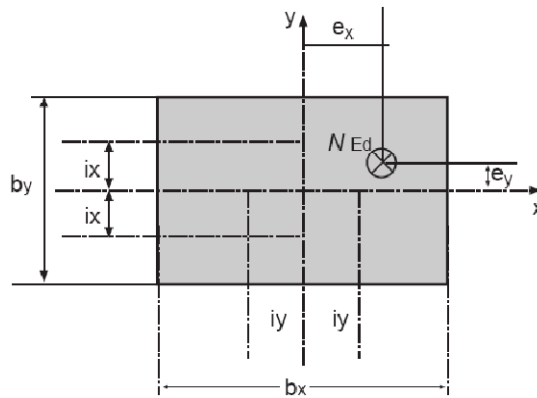


Figura 74. Definição das excentricidades

$$\left(\frac{M_{Edx}}{M_{Rdx}} \right)^a + \left(\frac{M_{Edy}}{M_{Rdy}} \right)^a \leq 1 \quad (5.22)$$

Em que:

$M_{Rdz/y}$ Momento resistente na direcção considerada

a Expoente para secções rectangulares.

Tabela 4 - Expoentes para secções rectangulares em função de N_{Ed}/N_{Rd}

N_{Ed}/N_{Rd}	0,1	0,7	1,0
A	1,0	1,5	2,0

N_{Rd} $A_c \times f_{cd} + A_s \times f_{yd}$, esforço normal resistente da secção em que:

A_c Área bruta da secção transversal de betão

A_s Área da secção de armaduras longitudinais

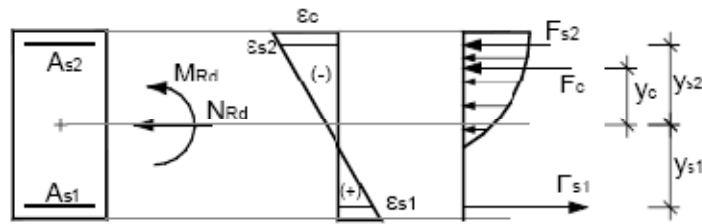
Uma das questões relacionadas com a flexão composta é a interacção entre o esforço axial e o momento flector, pois o maior par de esforços N e M pode não corresponder à maior quantidade de armadura necessária, pois a compressão pode ter influência positiva no comportamento da secção.

Quando o elemento está sujeito a ambos os esforços (N e M), não implica que estes estejam dependentes um do outro, os esforços podem variar independentemente.

Assim é necessário dimensionar a secção para as várias combinações de acções.

5.9 Determinação dos esforços resistentes

Para uma secção de betão armado com dois níveis de armadura (A_{s1} e A_{s2}), podemos escrever as seguintes equações de equilíbrio:

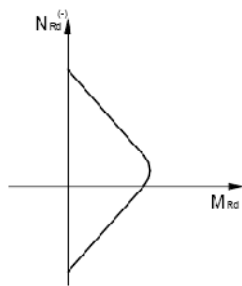


Equilíbrio axial: $F_c + F_{s2} - F_{s1} = N_{Rd}$

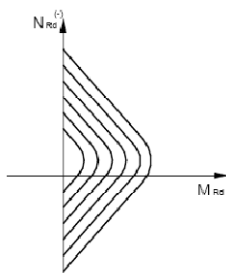
Equilíbrio de momentos: $F_c \times y_c + F_{s2} \times y_{s2} + F_{s1} \times y_{s1} = M_{Rd}$

Para um dado diagrama de rotura obtém-se um par de esforço $N_{Rd} - M_{Rd}$

Variando o par N, M para os possíveis pares de rotura, obtém-se um diagrama de interacção $N_{Rd} - M_{Rd}$.



Repetindo o processo para vários níveis de armadura obtém-se os diagramas de dimensionamento.



Grandezas adimensionais:

Esforço normal reduzido $\nu = \frac{N_{Rd}}{b \times h \times f_{cd}}$

Momento flector reduzido $\mu = \frac{M_{Rd}}{b \times h^2 \times f_{cd}}$

5.10 Pré dimensionamento da armadura longitudinal

O pré dimensionamento da armadura longitudinal é feito segundo as fórmulas de Montoya, estas fórmulas aplicam-se a secções rectangulares simetricamente armadas [5].

$$\mu = \frac{M_{Sd}}{b \times h^2 \times f_{cd}} \quad \nu = \frac{N_{Sd}}{b \times h \times f_{cd}} \quad \omega = \frac{2 \times A_s \times f_{yd}}{b \times h \times f_{cd}}$$

$$\lambda = 0,5 - \frac{d'}{h}, \quad \nu_c = 0,85 - \nu$$

$$\mu = \lambda \times \beta \times (\omega + \nu), \quad \nu < 0$$

$$\mu = \lambda \times \beta \times \omega + 0,55 \times \nu \times \nu_c, \quad 0 \leq \nu \leq 0,85$$

$$\mu = \lambda \times \beta \times (\omega + \nu_c), \quad \nu > 0,85$$

O valor de β pode ser obtido a partir da seguinte tabela:

ν	$\leq 0,4$	0,5	0,6-0,7	$\geq 0,85$
β	1,0	0,93	0,88	0,93

5.11 Dimensões secção de betão

As dimensões da secção de betão (b_x , b_y), são introduzidas pelo utilizador, é dado ao utilizador um pré dimensionamento, que só tem em conta o esforço axial, e considera que a armadura é 0,1% da área da secção de betão.

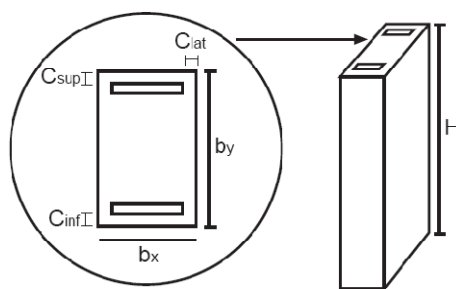


Figura 75. Reapresentação da secção transversal de um pilar, e as dimensões a introduzir na folha de Excel.

O pré dimensionamento é dado pela seguinte expressão:

$$b_x, b_y = \sqrt{\frac{N_{sd}}{f_{cd} + 0,1\% f_{yd}}} \quad (5.23)$$

Em que:

b_x, b_y dimensões da secção de betão

N_{sd} valor de cálculo do esforço normal

f_{cd} valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão

f_{yd} valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão aramado.

5.12 Disposições construtivas

As disposições construtivas, referentes ao EC2 limitam-se a pilares cuja maior dimensão (b_y) não é superior quatro vezes a menor dimensão (b_x), estando as folhas de cálculo relativas a pilares, limitado a elementos, que respeitem esta verificação. São tidas em conta as disposições construtivas referidas no EC2.

5.12.1 Armaduras longitudinais

Os varões longitudinais não devem ter diâmetro inferior a 8 mm

Área de armadura mínima, não deve ser inferior a $A_{s,min}$:

$$A_{s,min} = \max \left\{ \frac{0,10N_{Ed}}{f_{yd}} ; 0,002A_c \right\} \quad (5.24)$$

Área de armadura máxima, não deve ser superior a $A_{s,max}$:

$$A_{s,max} = 0,04A_c \quad (5.25)$$

Os pilares de secção poligonal devem ter no mínimo um varão em cada canto.

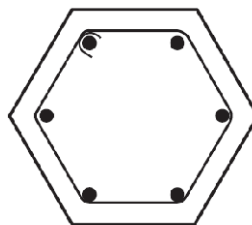


Figura 76. Número mínimo de varões.

5.12.2 Armaduras transversais

O diâmetro mínimo (ϕ_{\min}):

$$\phi_{\min} = \max \{6mm; 0,25 \cdot \phi_{\max}\} \quad (5.26)$$

O espaçamento ao longo do pilar não deve exceder $S_{cl,tmax}$.

$$S_{cl,tmax} = \min(20 \times \phi_{\min,long}; b_x; 400mm) \quad (5.27)$$

O espaçamento deve ser minimizado por um factor de 0,6 em secções localizadas a uma distância inferior à maior dimensão da secção transversal do pilar, acima ou abaixo de uma viga ou laje, também nas zonas de emendas por sobreposição, se o diâmetro máximo dos varões longitudinais for superior a 14mm. São necessários no mínimo, 3 varões transversais igualmente espaçados no comprimento de sobreposição.

As armaduras transversais devem ser convenientemente amarradas.

5.13 Folha de cálculo

5.14 Descrição das folhas de cálculo

5.14.1.1 Dados

Tal como nas folhas relativas a vigas é necessário definir, as classes dos materiais, o coeficiente de fluência e retracção, e as dimensões do elemento.

No que diz respeito a esforços é necessária a introdução do esforço axial referente à combinação ELU, e momentos flectores de cálculo nas direcções x, y para ELU, e ELS na combinação quase permanente.

Em características estruturais é necessário seleccionar a existência ou inexistência, de contraventamento do elemento, em ambas as direcções principais.

Momentos xx		Momentos yy	
ELU		ELU	
M1 (KNm)	-13.86	M1 (KNm)	-5.14
M2 (KNm)	15.14	M2 (KNm)	4.20
Quase permanentes		Quase permanentes	
M1 (KNm)	-8.86	M1 (KNm)	-5.58
M2 (KNm)	8.26	M2 (KNm)	4.69
Cracteristicas estruturais xx		Cracteristicas estruturais yy	
<div>contraventamento</div> <div>elemento contraventado</div> <div>elemento contraventado</div> <div>elemento não contraventado</div>		<div>contraventamento</div> <div>elemento contraventado</div>	

Figura 77. Ilustração da introdução de esforços, e das características estruturais.

No caso de o utilizador pretender conhecer a carga vertical limite para que possam ser ignorados os efeitos de segunda ordem no edifício, deverá introduzir os seguintes dados:

- Altura do edifício
- Número de andares
- Número de elementos contraventados, e suas dimensões

O resultado do cálculo é apenas de referência, não há qualquer utilidade no resto da folha pois o estudo das folhas é referente para elementos isolados.

5.14.1.2 Efeitos de 2ª ordem

Definir em ambas as extremidades do elemento (para as duas direcções x, y), o tipo de nó:

- Encastrado;
- Concorrente com outros elementos;
- Articulado.

No caso de se tratar de um nó concorrente é necessário introduzir o número de vigas concorrentes e as suas dimensões, assim como a existência de pilares adjacentes aos nós inferior e superior do elemento em estudo.

Direcção X

extremidade 1

nó

concorrente

encastrado
articulado
concorrente

vigas

concorrente

numero de vigas

nº vigas	tipo de ligação	Dimensoes		
		b	d	L
1	elemento encastrado	0.2	0.4	5

pilar inferior

sim

Pilar inferior	Dimesões		
	b	d	h
	0.3	0.3	5

K1

1.068777902

Figura 78. Ilustração da selecção do tipo de nó da extremidade 1 na direcção x

Verificação da necessidade de considerar efeitos de segunda ordem.

λ_{lim}	53.90	λ_{lim}	53.90
λ_x	52.98	λ_y	105.12
não considerar efeitos de 2ª ordem		considerar efeitos de 2ª ordem	

Figura 79. Ilustração da relação entre esbelteza real e esbelteza limite, para verificação da necessidade de considerar efeitos de segunda ordem

Consoante a necessidade de efeitos de segunda ordem são calculados os momentos flectores de cálculo.

Calculo e introdução da armadura

O cálculo da armadura é feito segundo os valores dos momentos flectores calculados anteriormente, os cálculos seguem as fórmulas de Montoya.

O valor da armadura é dado em nº de varões de um determinado diâmetro, correspondente à área imediatamente acima da calculada.

Caso a armadura calculada seja inferior à mínima, é apresentada a armadura mínima.

Caso a armadura calculada seja superior à máxima, ocorre um erro que diz “Necessário aumentar área da secção transversal do elemento”

A armadura introduzida é igual e simétrica em todo o elemento, e faz-se, indicando o número de varões até dois diâmetros diferentes, para as faces b_x e b_y .

Armaduras									
XX					YY				
Medx		11.6390808			Medy		7.77553049		
As,req		1.25			As,prov,min		1.25		
armadura mínima					armadura mínima				
n°		8		+		n°		10	
2						4		8	
As,prov		1.005303649			As,prov		2.010613236		

Figura 80. Representação das células de introdução de armadura

A necessidade de interacção de momentos é aqui referida e calculada.

É desenhado o gráfico de Interacção M:N, tendo em conta as características do elemento em estudo. No gráfico de interacção apresenta-se a combinação N:M a partir do qual a peça está completamente comprimida, comprimida e traccionada, e completamente traccionada..

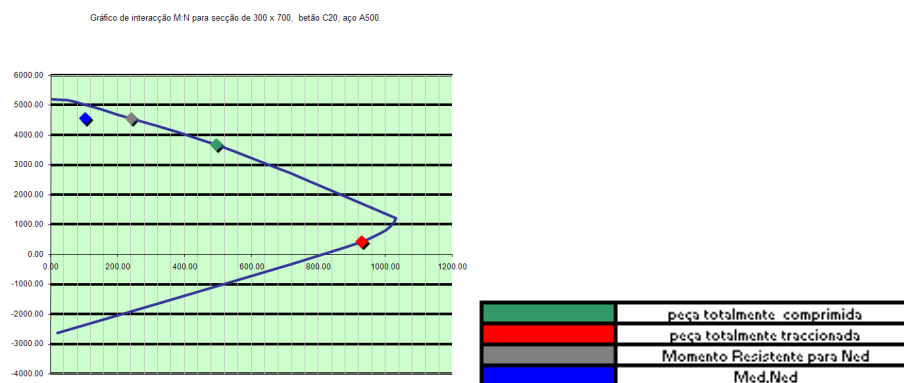


Figura 81. Representação do gráfico de interacção M:N

Caso a interacção de momentos, o momento resistente máximo do diagrama, ou ambos não se verifiquem, é necessário alterar o valor da quantidade de armadura, para que todas as condições verifiquem.

Caso o utilizador pretenda saber a armadura mínima em varões de um determinado diâmetro para que todas as condições se verifiquem, é possível usar um botão (calcular).

Outra das verificações efectuada é a do espaçamento mínimo entre varões.

O diâmetro mínimo e o espaçamento máximo para a armadura de esforço transversal são definidos.

Todas as verificações são feitas e caso não cumpram os mínimos ou máximos o utilizador é alertado.

5.14.1.3 Cálculo do coeficiente fluência e da extensão de retracção

Igual à folha das vigas.

5.14.1.4 EC2

Classes de resistência do betão;

Exemplos de diferentes modos de encurvadura e correspondentes comprimentos efectivos para elementos isolados;

6 Sapatas

No seguimento das folhas anteriores, e para fechar o ciclo de uma estrutura porticada (viga, pilar sapata), foram desenvolvidas duas folhas de cálculo, relativas as fundações mais comuns, sapatas simples e conjuntas.

Neste capítulo são abordados os princípios de cálculo usados na elaboração dessas folhas.

6.1 Introdução

Fundações são um conjunto de elementos estruturais das construções responsáveis, por transmitir as cargas provenientes da super-estrutura ao terreno, logo existe uma interdependência entre solo, as fundações e a super-estrutura.

É exigido às fundações, assegurar a estabilidade da obra, assegurar a ligação entre a estrutura e o terreno, transferir as cargas da estrutura ao terreno, assegurando que a tensão resistente máxima do solo não é ultrapassada, que a verificação ao deslizamento é respeitada, que os valores de assentamento são compatíveis com a deformação da construção, e também verificar a resistência ao punçoamento, de maneira a nem a estrutura nem o solo entrem em rotura, e não apresentar deformações exageradas ou mesmo colapso.

Para a escolha de um tipo de fundação, é necessário conhecer os esforços actuantes sobre o edifício, as características do solo e dos elementos estruturais. Assim deve analisar-se a possibilidade de utilizar os vários tipos de fundação, em ordem crescente de complexidade/custos, a fim de chegar ao mais económico,

Dependendo das cargas da construção e do tipo de solo em que se apoiam, existem dois tipos de fundações:

- Profundas: estacas
- Superficiais: sapatas (simples e conjuntas), grelhas de fundação, agrupadas por vigas de fundação, e ensoleiramentos.

As superficiais são usadas em solos com características mecânicas, que permitem a transmissão das cargas da estrutura, sem que haja deformação exagerada, a transmissão da carga neste caso é feita a partir da base da fundação, considerando apenas o apoio do elemento sobre o solo, sendo desprezada qualquer outra forma de transferência de cargas. Já as profundas são utilizadas quando o solo à superfície não

garante as características mecânicas exigidas pelas cargas transmitidas da fundação para o solo, então é necessário encontrar melhores características a maior profundidade, aqui as cargas transmitidas são devidas ao atrito lateral do elemento com o solo [3].

6.2 Sapatas simples e conjuntas

Este é o tipo de fundação estudado nas folhas de cálculo, pois é o mais frequente. É utilizado quando o terreno é suficientemente homogéneo, e tem à superfície, uma resistência alta ou média em relação às cargas da estrutura.

As sapatas isoladas, transmitem ao solo, através da sua base as cargas provenientes de um único pilar, As folhas de cálculo consideram o pilar centrado na sapata em ambas as direcções. A forma da sapata e do pilar é rectangular, e a sua espessura é constante.

As sapatas conjuntas, tal como as simples transmitem ao solo, através da sua base as cargas, que neste caso não é de um mas de vários pilares. Nas folhas de cálculo deste tipo de elemento existe a limitação de apenas ser possível o cálculo para dois pilares, e as suas posições são simétricas

6.3 Esforços actuantes

As cargas a que uma sapata está sujeita, são cargas aplicadas pela super-estrutura, do tipo forças normais (N), horizontais, (H_x e H_y), e momentos flectores em torno das três direcções X , Y e Z . Em geral só em fundações, tipo estacas inclinadas, é que se considera o M_z , logo este momento não é considerado.

Para além das cargas aplicadas pela super-estrutura já acima referidas, existem outras cargas a considerar, como o peso próprio da sapata (G_s), e o peso próprio da terra acima da sapata (G_t).

As cargas verticais (N , G_s , G_t) não causam qualquer momento flector, visto a sua excentricidade ser nula, devido ao facto de o pilar estar centrado em ambos os eixos.

Resumindo, as cargas usadas para o dimensionamento são, esforço axial de compressão ($P=N+G_t+G_s$), momentos flectores (M_x , M_y) e os esforços horizontais (H_x e H_y)

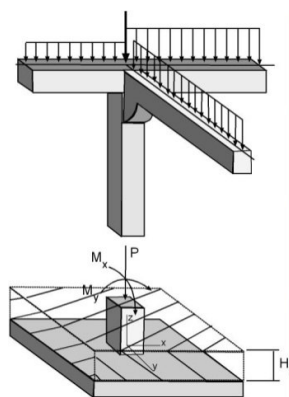


Figura 82. Consideração do peso próprio da sapata e do peso do solo acima da sapata.

$$G_t = \gamma_t \cdot H_t \cdot (A_{sapata} - A_{pilar}) \quad 6.1$$

$$G_s = \gamma_{betão} \cdot H \cdot A_{sapata} \quad 6.2$$

6.4 Estados Limite

Perda de estabilidade global; pode ocorrer por:

- Rotura do solo por resistência insuficiente ao carregamento;
- Rotura por deslizamento;
- Rotura conjunta do terreno e da estrutura;
- Rotura estrutural por movimento da fundação;
- Assentamento excessivo;
- Empolamento excessivo;
- Vibrações inaceitáveis;
- Rotura por punçãoamento;
- Rotura por flexão.

Dos estados limite acima descritos apenas a rotura por punçãoamento, rotura do solo por resistência insuficiente ao carregamento, rotura por deslizamento, e rotura por flexão são verificadas nas folhas de cálculo.

6.4.1 Rotura devido à insuficiente capacidade resistente do terreno

Para garantir que o terreno de fundação suportará a carga de cálculo com adequada segurança em relação à rotura, deve ser verificada a seguinte condição:

$$\frac{V_{Ed}}{A_{eff}} \leq \sigma_{Rd} \quad (6.3)$$

V_{Ed} Valor de cálculo da componente normal da carga correspondente ao estado limite último, incluindo o peso próprio da fundação e de qualquer material de enchimento.

σ_{Rd} Valor de cálculo da capacidade resistente da fundação em relação às componentes normais das cargas, tendo em conta o efeito de quaisquer acções inclinadas ou excêntricas.

A_{eff} Área efectiva

6.4.2 Rotura por deslizamento

Sempre que um carregamento não é normal à base da fundação deve ser feita a verificação da segurança ao deslizamento, para a verificação da segurança ao deslizamento de uma fundação com base horizontal deve verificar-se [3].

Para solos não coesivos: $H_{Sd} \leq N_{Sd} \tan(\varphi_d)$, $H_{Sd} = \sqrt{H_x^2 + H_y^2}$, $\varphi_d = \frac{\varphi}{1,5}$

Para solos coesivos: $H_{Sd} \leq B_x B_y c_d$, $H_{Sd} = \sqrt{H_x^2 + H_y^2}$, $c_d = \frac{c}{2}$

H_y Valor de cálculo da componente horizontal segundo y

H_x Valor de cálculo da componente horizontal segundo x

H_{Sd} Valor de cálculo da componente horizontal da carga equivalente!

φ_d Ângulo de atrito de cálculo solo/betão

φ

c_d Valor de cálculo da coesão

c

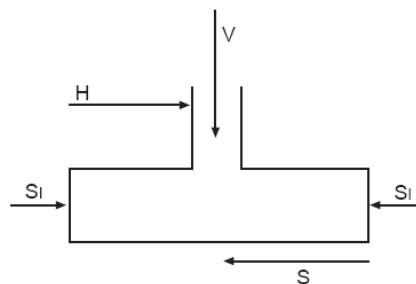


Figura 83. Esta imagem é para mudar rotura por deslizamento

6.5 Dimensionamento

Assegurar que a resistência máxima admissível pelo solo não é excedida, é uma das principais condicionantes, no dimensionamento de uma sapata. O pré-dimensionamento das dimensões, é feito limitando a tensão actuante no solo ao limite de resistência do solo.

Sendo a base da sapata responsável pela transmissão dos esforços ao solo, são as suas dimensões (B_x , B_y) as primeiras a ser calculadas. O dimensionamento em planta é feito considerando uma tensão no terreno uniforme igual à tensão resistente do solo (solo plastificado) por uma área efectiva, esta área é menor ou igual a área real da sapata dependendo do valor das excentricidades. Quanto maior as excentricidades, menor a área efectiva, se as excentricidades forem nulas, a área efectiva é igual à área real.

Conhecida a tensão admissível pelo solo, o esforço axial, momentos flectores a que a sapata está sujeita, tem-se que:

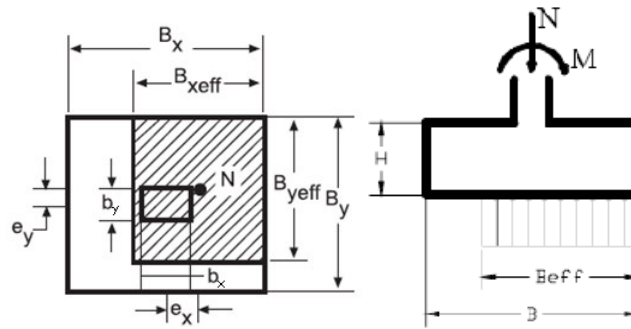


Figura 84. Dimensionamento em planta das sapatas e Diagrama de tensões no solo, considerando a sapata rígida e o solo plastificado.

$$\sigma = \frac{N}{A_{eff}} \leq \sigma_{\text{tensão admissível do terreno}} \quad (6.4)$$

$$A_{eff} = B_{xeff} \cdot B_{yeff} \quad (6.5)$$

$$B_{xeff} = B_x - 2e_x, \quad B_{yeff} = B_y - 2e_y \quad (6.6)$$

$$e_x = \frac{M_x}{N}, \quad e_y = \frac{M_y}{N} \quad (6.7)$$

$$\sigma = \frac{N}{(B_x - 2e_x) \times (B_y - 2e_y)} \quad (6.8)$$

Para determinar as dimensões, B_x e B_y , é necessário atribuir uma relação entre elas. Existem quatro classificações de sapatas conforme a relação entre as dimensões em planta, são elas:

Proporcionada	$\frac{B_y}{B_x} = \frac{e_y}{e_x}$	(6.9)
---------------	-------------------------------------	-------

Homotética	$\frac{B_y}{B_x} = \frac{b_y}{b_x}$	(6.10)
------------	-------------------------------------	--------

Quadrada	$B_x = B_y$	(6.11)
----------	-------------	--------

Forma geral	$B_x = \beta B_y$	(6.12)
-------------	-------------------	--------

Assim é possível calcular as dimensões da sapata segundo a expressão (6.9).

O valor de β para o cálculo da sapata através da fórmula geral, pode ser introduzida pelo utilizador, ou calculada pela folha de maneira a otimizar o volume de betão para que este seja mínimo.

Para todos os casos a folha de cálculo determina as dimensões mínimas para que sejam verificadas a resistência limite do solo, a verificação ao punçoamento e a verificação ao deslizamento. Ou seja as dimensões são limitadas pela verificação mais condicionante.

Rigidez

A rigidez depende da relação entre a maior consola (a), e a altura da sapata (H). O que varia com a rigidez é a maneira como as tensões são transmitidas ao solo, em sapatas rígidas pode considerar-se que as tensões transmitidas ao solo são uniformes, pelo contrário as sapatas flexíveis transmitem uma tensão não uniforme.

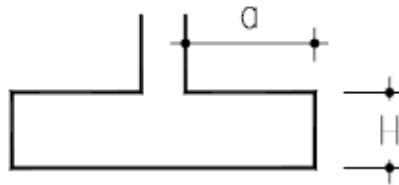


Figura 85. Dimensões responsáveis pela classificação da rigidez.

$H \geq 2a$ sapata de betão simples

$0,5a \leq H \leq 2a$ sapata rígida

$0,5a \geq H$ sapata flexível

O cálculo é limitado a sapatas rígidas, visto o método de cálculo considerar uma tensão uniforme no solo. O estudo de sapatas flexíveis implicaria em geral o recurso ao uso de modelos de cálculo mais sofisticado, como método dos elementos finitos ou outros tipos de métodos numéricos.

O valor do coeficiente de rigidez usual para sapatas rígidas é usualmente igual a 3.

A altura da sapata tem o valor:

$$H = \max \left(\frac{B_x - b_x}{K}; \frac{B_y - b_y}{K} \right) \quad 6.13$$

6.6 Dimensionamento da armadura

O cálculo da armadura é feito considerando uma consola em cada direcção, com um vão igual a $(B_x - b_x)/2$ para o eixo Y e $(B_y - b_y)/2$ para o eixo X, sendo o carregamento das consolas o valor da tensão resistente do solo.

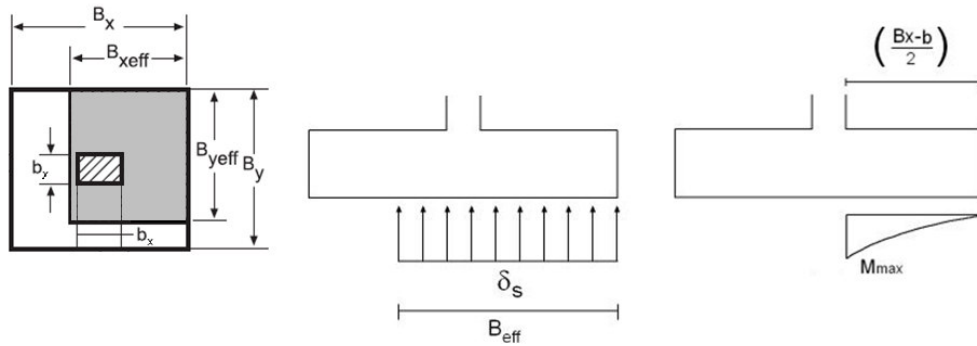


Figura 86. Esquema do princípio para o cálculo do Momento para dimensionamento da armadura.

$$M_x = \frac{\delta_s \times \left(\frac{B_x - b}{2} \right)^2}{2}, \quad M_y = \frac{\delta_s \times \left(\frac{B_y - d}{2} \right)^2}{2} \quad (6.14)$$

$$\mu_x = \frac{M_x}{1 \times (H - C_{inf})^2 \times f_{cd}}, \quad \mu_y = \frac{M_y}{1 \times (H - C_{inf})^2 \times f_{cd}} \quad (6.15)$$

$$\omega_x = 0,973 \times \left(1 - \sqrt{1 - 2,056 \times \mu_x} \right), \quad \omega_y = 0,973 \times \left(1 - \sqrt{1 - 2,056 \times \mu_y} \right) \quad (6.16)$$

$$A_{xx} = \frac{\omega_x \times 1 \times (H - C_{inf}) \times f_{cd}}{f_{yd}}, \quad A_{yy} = \frac{\omega_y \times 1 \times (H - C_{inf}) \times f_{cd}}{f_{yd}} \quad (6.17)$$

6.7 Verificações

6.7.1 Tensão do solo

Tem que ser verificada a seguinte condição:

$$\sigma = \frac{P}{A_{eff}} \leq \sigma_{\text{tensão admissível do terreno}} \quad (6.18)$$

$$P = N + G_s + G_t$$

6.7.2 Verificação ao punçoamento

O cálculo da altura da sapata é feito através da rigidez, é necessário verificar a resistência ao punçoamento, e se esta não se verificar é necessário aumentar a altura da sapata, para que o punçoamento verifique.

Com o aumento da altura, aumenta também o peso próprio da sapata, o que pode levar a uma tensão excessiva no solo, que pode ser corrigida com um aumento das dimensões em planta.

O cálculo ao punçoamento segue os passos de cálculo referidos no capítulo X, desta dissertação.

Quer o esforço transversal de cálculo, quer o esforço resistente de cálculo dependem da posição do contorno de controlo, para que a verificação seja feita na hipótese mais desfavorável, o contorno considerado é o mais crítico, ou seja é o valor de $n \cdot d$ com $0 \leq n \leq 2$, para que V_{Ed}/V_{Rd} seja máximo.

A armadura considerada na sapata é a calculada em (...), é possível aumentar esta quantidade de armadura, para a verificação ao punçoamento, o que em alguns casos significava um menor volume de betão, mas esta solução pode não ser a mais económica, de qualquer modo é sempre possível variar a quantidade de armadura.

6.8 Disposições construtivas

Os diâmetros dos varões da armadura não devem ser inferiores a ϕ_{min}

O valor de ϕ_{min} é o recomendado pelo EC2, 8 mm

6.9 Sapatas conjuntas

Os paços no dimensionamento e verificação deste elemento são iguais aos referidos para sapatas simples. O que se faz é determinar a localização da resultante das forças aplicadas nos pilares. Essa resultante corresponde a um pilar fictício equivalente ao pilar das sapatas simples.

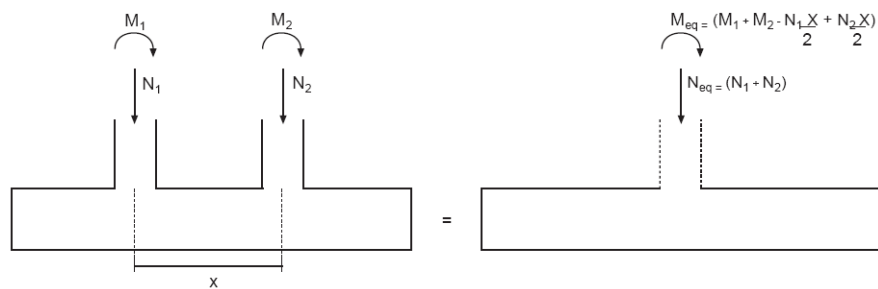


Figura 87. Método geral de dimensionamento de sapatas conjuntas

A verificação ao punçoamento tem que ser feita individualmente para cada pilar.

6.10 Folhas de cálculo

São duas as folhas relativas às fundações, uma relativa a sapatas simples, outra relativa a sapatas conjuntas. Portanto a diferença entre elas é o número de pilares que suportam.

6.10.1 Introdução

6.10.2 Descrição das folhas de cálculo

6.10.2.1 Dados

Para além dos materiais considerados nas folhas anteriores, betão e aço, este elemento, obriga ao conhecimento de algumas propriedades do solo.

É necessária a introdução de algumas características do solo como:

- Tensão resistente;
- K_s ;
- Tipo de solo;
- Coesivo ou não coesivo;
- Massa volúmica.

Solo	coesivo
$\bar{\sigma}_r (KPa)$	coesivo
$k_s (MN/m^3)$	não coesivo

Pterra	18
valor de calculo da coesão	10
ângulo de atrito de calculo solo/betão	10

Figura 88. Representação das células respectivas à introdução das características do solo

A verificação ao punçoamento, e o cálculo da armadura, obrigam ao conhecimento das dimensões da secção transversal do(s) pilar(es):

- b_x
- b_y

Os esforços transmitidos pelo(s) pilare(s):

- Esforço axial, para a combinação ELU;
- Momentos flectores nas direcções principais x, y para a combinação ELU.

Características das sapatas a definir:

- Rigidez;
- Recobrimento;
- Altura de solo acima da sapata.

6.10.2.2 Cálculo das dimensões, e verificações.

A escolha do tipo de dimensionamento em função da relação das dimensões em planta B_x e B_y , faz-se seleccionando um dos métodos de dimensionamento: Forma Geral, Homotética, proporcionada, ou quadrada como indica a figura 89.

As verificações são apresentadas como a divisão do esforço actuante pelo resistente.

The interface is divided into two main sections: 'Selecione o tipo de dimensionamento' and 'Verificações'.

Selecione o tipo de dimensionamento:

- Four buttons: 'Forma Geral', 'Proporcionada', 'Homotética', and 'Quadrada'.
- A field 'Relação B_y/B_x ' with the value '1'.
- A table titled 'Dimensões':

Dimensões	
B_y	2.77
B_x	2.77
H	0.97
V	7.47

Verificações:

- 'Tensão no terreno': $\sigma_s d$ = 0.978358797
- 'Punçoamento': V_{ed}/V_{Rd} = 0.926322193
- 'Deslizamento': H_{sd} = 0.824374857, with an 'OK' button.

Figura 89. Representação da selecção do tipo de dimensionamento, e dos valores das verificações.

A armadura calculada é apresentada em nº de varões de um determinado diametro. A introdução da armadura é feita pelo utilizador, ou o utilizador pode considerar que armadura é igual à armadura de calculada (armadura mínima) seleccionando a opção "Considerar Armadura mínima".

The interface shows reinforcement selection options:

- Buttons for 'As x_min' and 'As y_min'.
- Fields for 'nº varões' (8) and 'diametro' (12).
- A section titled 'Armadura Mx' with a dropdown menu showing values 3 through 10, and a field for 'diametro' (12).
- A section titled 'Armadura My' with a dropdown menu showing values 3 through 10, and a field for 'diametro' (12).
- A button labeled 'Coinsiderar Armadura mínima'.
- Fields for 'Asy_prov' and 'Asy_min'.

Figura 90. Representação da selecção de armadura.

7 Conclusões

As folhas de cálculo permitem o cálculo rigoroso de armadura de três elementos estruturais: vigas, pilares, e sapatas simples e conjuntas, cumprindo todas as verificações impostas pelo EC2.

As folhas desenvolvidas permitem o dimensionamento de estruturas comuns modeladas em SAP200, elemento a elemento de uma forma simples e precisa. Apenas com a introdução do endereço de directório onde se encontra a folha exportada, o nome da folha de exportada, e o número do elemento (frame) definido no SAP2000, as folhas de cálculo têm toda a informação necessária para o dimensionamento das armaduras e das dimensões em betão no caso das fundações. Esta ligação entre a folha exportada permite que o erro seja muito menor do que se os dados fossem retirados manualmente, para além de ser um processo muito mais rápido.

A possibilidade de guardar os resumos de diferentes soluções permite a comparação entre as diferentes soluções, permitindo ao utilizador escolher a melhor solução.

No que refere ao estudo do elemento vigas o cálculo da, deformada, das tensões no betão e aço são pontos importantes para perceber o comportamento do elemento.

O desenho do gráfico de interacção M:N, e a determinação automática do momento resistente máximo da secção para um determinado esforço axial de cálculo, é um dos pontos importantes no cálculo dos pilares.

A optimização do cálculo do volume de betão nas folhas das fundações é também uma das vantagens.

A verificação ao punçoamento apresenta uma particularidade que lhe proporciona uma precisão bastante considerável. Essa particularidade deve-se ao facto do perímetro de controlo considerado estar a uma distância em que o valor da relação entre o esforço transversal actuante e o esforço resistente de punçoamento ser máximo.

As folhas desenvolvidas podem vir a ser melhoradas no que refere às limitações de: secções transversais, classes de betão, posicionamento dos pilares nas sapatas.

“Não deixes para amanhã o que podes fazer hoje”.

Bibliografia

- [1] *Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings, 2004.*
- [2] Cachim, Paulo (?), *Apontamentos de Estruturas de Betão 1 e Estruturas de Betão 2*, editora e edição.
- [3] Cachim, Paulo (2003), *Estruturas de Betão, Fundações de betão armado*, Secção Autónoma de Engenharia Civil – Universidade de Aveiro, Aveiro.
- [4] Cachim, Paulo, *Estruturas de Betão Redistribuição de momentos*, Secção Autónoma de Engenharia Civil – Universidade de Aveiro, Aveiro.
- [5] Cachim, Paulo (2003), *Estruturas de Betão I Esforços normais e de flexão*, Secção Autónoma de Engenharia Civil – Universidade de Aveiro, Aveiro.
- [6] Escola Superior de Tecnologia e Gestão, *Pilares Betão Armado 2*.
- [7] Figueiras Joaquim A., (1997), *NOVA REGULAMENTAÇÃO PARA O PROJECTO DE ESTRUTURAS DE BETÃO VERIFICAÇÃO AOS ESTADOS LIMITES DE UTILIZAÇÃO*, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto.
- [8] Marchão, Carla; Appleton, Júlio, (2006), *Verificação da segurança aos Estados limites de Utilização*, IST, Lisboa
- [9] Mendonça, Luís Viegas, (2005), *Durabilidade de Estruturas de Betão Armado Degradação do Betão e Corrosão de Armaduras Importância da Inspeção Periódica*, Publicado na revista “Arte e Cimento”, nº 37, Out. 2005.
- [10] Rákóczy, Katalin; Deák, György, (2006), *Analysis of continuous reinforced concrete beams in serviceability limit state*, Periodica Polytechnica.
- [11] *Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes*, Aprovado pelo Decreto-Lei n.º 235/83, de 31 de Maio: Porto Editora.
- [12] Reis, A. Correia; Farinha, M. Brazão; Farinha, J.P. Brazão, (2005), *Tabelas técnicas*, Lisboa.
- [13] Rosa, Calina Capitão; Martins, João Guerra, (2005), *Reabilitação da Envolvente Vertical Opaca dos Edifícios*.
- [14] V. Dias da Silva, (2004), *Mecânica e resistência dos materiais*, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Coimbra, 3ª edição.

Anexo A

Classes de resistência do betão									
f_{ck} (Mpa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50
$f_{ck,ube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60
f_{cm} (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58
f_{ctm} (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1
$f_{ctk, 0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9
$f_{ctk, 0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3
E_{cm} (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37
ε_{c1} (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45
ε_{cu1} (‰)	3,5								
ε_{c2} (‰)	2,0								
ε_{cu2} (‰)	3,5								
n	2,0								
ε_{c3} (‰)	1,75								
ε_{cu3} (‰)	3,5								

Quadro 1 - Características de resistência e de deformação do betão

Situações de projecto	γ_c para betão	γ_s para aço de armaduras para betão armado	γ_s para aço de armaduras de pré-esforço
Persistentes e Transitórias	1,5	1,15	1,15
Acidentais	1,2	1,0	1,0

Quadro 2 - Coeficientes parciais relativos aos materiais para os estados limites últimos

Designação da classe	Descrição do ambiente	Exemplos informativos de condições em que podem ocorrer as classes de exposição
1 Nenhum risco de corrosão ou ataque		
XU	Para betão com armadura ou elementos metálicos embecidos: todas as exposições excepto em situação de gelo/degelo, abrasão ou ataque químico Para betão com armadura ou elementos metálicos embecidos: muito seco	Betão no interior de edifícios com uma humidade do ar ambiente muito baixa
2 Corrosão induzida por carbonatação		
XC1	Seco ou permanentemente húmido	Betão no interior de edifícios com uma humidade do ar ambiente baixa Betão permanentemente submerso em água
XC2	Húmido, raramente seco	Superfícies de betão sujeitas a contacto prolongado com água Um grande número de fundações
XC3	Humidade moderada	Betão no interior de edifícios com uma humidade do ar ambiente moderada ou elevada Betão exterior protegido da chuva
XC4	Alternadamente húmido e seco	Superfícies de betão sujeitas a contacto com água, não incluídas na classe de exposição XC2
3 Corrosão induzida por cloretos		
XD1	Humidade moderada	Superfícies de betão expostas a cloretos transportados pelo ar
XD2	Húmido, raramente seco	Piscinas Elementos de betão expostos a águas industriais contendo cloretos
XD3	Alternadamente húmido e seco	Elementos de pontes expostos a pulverizações contendo cloretos Pavimentos Lajes de parques de estacionamento
4 Corrosão induzida por cloretos presentes na água do mar		
XS1	Exposto ao sal transportado pelo ar mas não em contacto directo com a água do mar	Estruturas próximas da costa ou na costa
XS2	Permanentemente submerso	Elementos de estruturas marítimas
XS3	Zonas sujeitas aos efeitos das marés, da rebentação e da neblina marítima	Elementos de estruturas marítimas
5. Ataque gelo/degelo		
XF1	Saturação moderada em água, sem produto descongelante	Superfícies verticais de betão expostas à chuva e ao gelo
XF2	Saturação moderada em água, com produto descongelante	Superfícies verticais de betão de estruturas rodoviárias expostas ao gelo e a produtos descongelantes transportados pelo ar
XF3	Saturação elevada em água, sem produtos descongelantes	Superfícies horizontais de betão expostas à chuva e ao gelo
XF4	Saturação elevada em água com produtos descongelantes ou com água do mar	Estradas e tabuleiros de pontes expostos a produtos descongelantes Superfícies de betão expostas a pulverizações directas contendo produtos descongelantes e expostas ao gelo Zonas sujeitas aos efeitos da rebentação de estruturas marítimas expostas ao gelo
6. Ataque químico		
XA1	Ambiente químico ligeiramente agressivo, de acordo com a EN 206-1, Quadro 2	Terrenos naturais e água no terreno
XA2	Ambiente químico moderadamente agressivo, de acordo com a EN 206-1, Quadro 2	Terrenos naturais e água no terreno
XA3	Ambiente químico altamente agressivo, de acordo com a EN 206-1, Quadro 2	Terrenos naturais e água no terreno

Quadro 3 - Classes de exposição em função das condições ambientais, de acordo com a EN 206-1

Sistema estrutural	K	Betão fortemente solicitado $\rho = 1,5\%$	Betão levemente solicitado $\rho = 0,5\%$
Viga simplesmente apoiada, aje simplesmente apoiada armada numa ou em duas direcções	1,0	14	20
Vão extremo de uma viga contínua ou de uma laje contínua armada numa direcção ou de uma laje armada em duas direcções contínua ao longo do lado maior	1,3	13	26
Vão interior de uma viga ou de uma laje armada numa ou em duas direcções	1,5	20	30
Laje sem vigas apoiada sobre pilares (laje fungiforme) (em relação ao maior vão)	1,2	17	24
Consola	0,4	6	8
<p>Nota 1: Em geral, os valores indicados são conservativos, podendo frequentemente o cálculo revelar que é possível utilizar elementos mais esbeltos.</p> <p>Nota 2: Para lajes armadas em duas direcções, a verificação deverá ser efectuada em relação ao menor vão. Para lajes fungiformes deverá considerar-se o maior vão.</p> <p>Nota 3: Os limites indicados para lajes fungiformes correspondem para a flecha a meio vão a uma limitação menos exigente do que a de vão/250. A experiência demonstrou que estes limites são satisfatórios.</p>			

Quadro 4 - Valores básicos da relação vão/altura útil para elementos de betão armado sem esforço normal de compressão